



2021年度 昭和大学

【 講 評 】

文章が長く状況の整理に時間がかかる問題がいくつかあるが、総じて処理は難しくない。見慣れない設定の問題も、誘導に乗れば自動的に解けるようになっている。合格点は75%程度か。

1 Aは基本的な万有引力による円運動の問題。これは落とせない。Bは月の引力による潮汐力の問題。見慣れない設定ではあるが、実行する処理はすべて問題に書いてあるので、焦らず落ち着いて処理したい。

2は基本的な扇形コイルの電磁誘導の問題。特に難しい処理もなく、確実に完答したい。

3は複数の容器とシリンダーからなる系の熱力学の問題。やや式が煩雑ではあるものの、内容は標準的である。問題を「なんとなく」で解かず、情報を整理し、必要な手法を見抜く訓練が必要。

4はドップラー効果の問題。これも基本的であり、完答したい。

【 解 答 ・ 解 説 】

1 A

解答

(a) $\frac{2\pi R_0}{v}$ (b) $\frac{GEM}{R_0^2} \left(\frac{4\pi GR^3 dM}{3R_0^2} \text{ も可} \right)$ (c) $\frac{GdT^2}{3\pi}$

解説

(a) 円運動の一周の長さは $2\pi R_0$ だから、周期は $\frac{2\pi R_0}{v}$ である。

(b) 月にはたらく地球からの引力は $\frac{GEM}{R_0^2}$ である。

(c) (a) と (b) から v を消去し、 $E = \frac{4\pi}{3} R^3 d$ を代入すると、 $\left(\frac{R_0}{R}\right)^3 = \frac{GdT^2}{3\pi}$ を得る。

B

解答

(d) $\frac{GM}{(R_0 - R)^2}$ (e) $\frac{GM}{R_0^2}$ (f) $\frac{2GMR}{R_0^3}$

(g) $\frac{GM}{(R_0 + R)^2}$ (h) $\frac{2GMR}{R_0^3}$ または $-\frac{2GMR}{R_0^3}$ (i) $\frac{GMR}{R_0^3}$

(1) 月の方向 (2) 軽く (3) 月と逆方向 (4) 軽く (5) 地球の中心 (6) 重く

解説

(d) 置かれた物体の質量 m とすると、月からの引力の大きさは $\frac{GMm}{(R_0 - R)^2}$ であるから、これと運動方程式から加速度を得る。

(e) 地球と月の距離は R_0 であるから、前問の分母を R_0^2 で置き換えればよい。

(f) 補正項は、近似を用いて、 $\frac{GM}{(R_0 - R)^2} - \frac{GM}{R_0^2} \doteq \frac{2GMR}{R_0^3}$ と計算できる。この加速度は月の方向であるので、物体は軽くなる。

(g) B 点での月と物体の距離は $(R_0 + R)$ であるから、(d) の分母を $(R_0 + R)^2$ で置き換えればよい。

(h) (f) と同様の近似を行えば、 $\frac{GM}{(R_0 + R)^2} - \frac{GM}{R_0^2} \doteq -\frac{2GMR}{R_0^3}$ となり、この加速度は月と逆方向なので、物体は軽くなる。

(i) 月と地球の中心と D 点がなす二等辺三角形の底角を θ とすると、 $\cos \theta = \frac{R}{2R_0}$ である。また、月からの加速度は月の方向に $\frac{GMm}{R_0^2}$ であり、地球の加速度は (e) と同様である。前者のベクトルから後者のベクトルを引くと、 $\frac{GMm}{R_0^2} \times 2 \cos \theta = \frac{GMR}{R_0^3}$ の補正項が地球の中心方向にはたらく。よって、物体は重くなる。

2

解答

$$(1) \frac{1}{2}Bl^2\omega\Delta t \qquad (2) \frac{1}{2}Bl^2\omega \quad K \rightarrow O \text{ 方向}$$

$$(3) \frac{B^2l^4\omega^2}{4R} \qquad (4) \frac{B^2l^3\omega}{2R} \quad \text{逆方向}$$

解説

- (1) 時間 Δt の間に、扇形回路の中心角は $\omega\Delta t$ だけ増えるので、面積は $l^2\omega\Delta t/2$ だけ増える。磁束密度は B で一定だから、磁束変化量 $\Delta\Phi$ は $\frac{1}{2}Bl^2\omega\Delta t$ である。
- (2) ファラデーの法則より、電圧の大きさ V は $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1}{2}Bl^2\omega$ である。また、この電圧による電流は磁束の変化を妨げる向きに流れるため、 $K \rightarrow O$ の方向である。
- (3) 電力は $\frac{V^2}{R} = \frac{B^2l^4\omega^2}{4R}$ である。
- (4) 金属棒に流れる電流 I とすると、磁場から受ける力は $IBl = \frac{B^2l^3\omega}{2R}$ である。また、この力は運動を妨げる方向に働くため、回転と逆方向である。

3 A

解答

$$(1) U_B = 3P_B V, \quad U_C = \frac{9}{2}P_C V$$

$$(2) T_{AB} = \frac{2P_B V}{n_B R}, \quad P_{AB} = \frac{2}{3}P_B$$

$$(3) T_{A \cdot C} = \frac{(2P_B + 3P_C)V}{(n_B + n_C)R}, \quad P_{A \cdot C} = \frac{2P_B + 3P_C}{6}$$

$$(4) V_D = \frac{(6P_B + 9P_C - 18P)V}{5P}, \quad T_{A \cdot D} = \frac{(6P_B + 9P_C + 12P)V}{5(n_B + n_C)R}$$

解説

- (1) 単原子分子理想気体の定積モル比熱は $3R/2$ であるから、内部エネルギーは $\frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}PV$ と表せることにより、答えを得る。
- (2) 容器 A は真空であるから、容器 B 中の気体は体積の増加によって仕事をしない。よって、内部エネルギーは変化せず、温度も変化しないため、 $T_{AB} = T_B = \frac{2P_B V}{n_B R}$ である。また、ボイルの法則より $P_{AB} = \frac{2V}{3V}P_B = \frac{2}{3}P_B$ である。
- (3) 断熱変化であるため、容器内部全体でのエネルギーの和は変化しない。よって、 $U_B + U_C = \frac{3}{2}(n_B + n_C)RT_{A \cdot C}$ であり、これに (1) を代入して答えを得る。
また、圧力は、状態方程式より、 $P_{A \cdot C} = \frac{(n_B + n_C)RT_{A \cdot C}}{6V} = \frac{U_B + U_C}{9V} = \frac{2P_B + 3P_C}{6}$ である。
- (4) 気体は V_D だけ膨張することにより、 PV_D の仕事をする。よって、 $\frac{3}{2}(n_B + n_C)R(T_{A \cdot C} - T_{A \cdot D}) = PV_D$ となる。これと状態方程式 $(n_B + n_C)RT_{A \cdot D} = P(6V + V_D)$ を連立すれば、答えを得る。

B

解答

温度の低い冷蔵庫内では、室温下に比べて、空気分子の熱運動が穏やかであり速度が小さいため、ゴム膜をすり抜ける分子が少なくなるから。

4

解答

$$(1) \text{ 音速: } V \quad \text{波長: } \frac{V - v_S}{f_S} \quad \text{振動数: } \frac{V}{V - v_S} f_S$$

$$(2) \frac{V}{V - v_S \cos \theta} f_S$$

$$(3) \text{ 音波の振動数: } \frac{V + v_R}{V - v_R} f_S \quad \text{うなりの振動数: } \frac{2v_R}{V - v_R} f_S$$

$$(4) \frac{2V|v_A - v_R|}{(V - v_S)(V + v_R)} f_S$$

解説

(1) 音速は媒質のみに依存するため、 V である。

また、単位時間あたり音波は V 進むが、その間に音源は v_S 進む。よって、波長はもとの音波の $\frac{V - v_S}{V}$ 倍になる。これにより、観測者 A が聞く振動数はもとの音波の $\frac{V}{V - v_S}$ 倍となる。

(2) 音源の速度の観測者 B 方向の成分は $v_S \cos \theta$ であるから、前問の v_S を $v_S \cos \theta$ で置き換えればよい。

(3) まず、音源に速さ v_S で近づく反射板 R が聞く音の振動数は、ドップラー効果の公式により $\frac{V + v_R}{V} f_S$ である。この振動数の音を、観測者 A に速さ v_S で近づきながら反射板が発するので、求める振動数は $\frac{V}{V - v_R} \frac{V + v_R}{V} f_S = \frac{V + v_R}{V - v_R} f_S$ である。

また、この音波と振動数 f_S の音波がうなりを生むので、求めるうなりの振動数は $\left| \frac{V + v_R}{V - v_R} f_S - f_S \right| = \frac{2v_R}{V - v_R} f_S$ である。

(4) 音源から観測者に直接届く音波の振動数は $\frac{V - v_A}{V - v_S} f_S$ である。

一方、反射板 R が聞く音の振動数は $\frac{V + v_R}{V - v_S} f_S$ であり、この反射音を観測者は振動数 $\frac{(V - v_R)(V + v_A)}{(V - v_S)(V + v_R)} f_S$ の振動数の音波として観測する。よって、うなりの振動数は、

$$\left| \frac{(V - v_R)(V + v_A)}{(V - v_S)(V + v_R)} f_S - \frac{V - v_A}{V - v_S} f_S \right| = \frac{2V|v_A - v_R|}{(V - v_S)(V + v_R)} f_S$$

となる。

お問い合わせは ☎ 0120-302-872

<https://keishu-kai.jp/>