



2022年度 東海大学 2日目

【 講 評 】

一日目よりやや難度が上がっている。問題文を精確に読み、状況をきちんと捉えられないと高得点は厳しい。6割程度で十分合格圏内だろう。

①は鉛直運動をする二物体についての問題。前半は容易だが、後半は、速度交換則を基に速度の動きに着目して、一物体問題に落とし込めたかで処理量が大きく変わる。

②は磁場中の荷電粒子の運動の問題。問題文をきちんと読めば十分解答できる難易度だが、完答はなかなか難しいであろう。

③はピストン中の気体の問題。処理自体は単純だが量が多く、無次元化や近似計算などを日頃から訓練しているかが問われる。

④は二重スリットによる干渉の問題。典型的であり、(4)までは落とせない。

【 解答 ・ 解説 】

1

解答

- (1) $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2) 5倍 (3) $\sqrt{\frac{10h}{g}}$
 (4) $(16\sqrt{5} - 35)h$ (5) 6倍

解説

(1) 初速 0 で加速度の大きさ g の等加速度運動を距離 h にわたって行うので、

$$h = \frac{1}{2} gT^2,$$

が成立し、 $T = \sqrt{2h/g}$ である。

(2) $t = 2T$ で小球 A は $x = h$ に戻る。この間に、小球 B は $x = h' \rightarrow h$ と運動しなければならないので、

$$h' - h = \frac{1}{2} g(2T)^2 = 4h,$$

となり、 h' は h の 5 倍である。

(3) 同質量の弾性衝突であるので、衝突により小球 A と B の速度は交換する。よって、 T' は小球 A がなかった場合に小球 B が床と衝突する時刻と同じであり、

$$T' = \sqrt{\frac{2h'}{g}} = \sqrt{\frac{10h}{g}}.$$

(4) $t > T'$ で小球 A と小球 B が衝突後、 $t = T''$ で小球 B は $x = h'$ に戻る。この時刻は、小球 A がない場合に小球 B が元の位置に戻る際にかかる時間と同じであり、 $T'' = 2T'$ である。一方、小球 A は、小球 B がない場合に $t = 3T$ で床から初速 $\sqrt{2gh}$ で鉛直投げ上げした場合の運動と同じ軌跡をとる。そのため、求める位置は、

$$\sqrt{2gh}(T'' - 3T) - \frac{1}{2} g(T'' - 3T)^2 = (16\sqrt{5} - 35)h.$$

(5) 2 回の衝突により速度の交換が 2 回行われるので、

- 1 回目の衝突までの小球 A
- 1 回目の衝突と 2 回目の衝突の間的小球 B
- 2 回目の衝突後的小球 A

の運動の軌跡は、 $x = h$ からの鉛直投げ上げ運動に一致する。この運動が時間 T'' で行われるので、最高点に達する時刻は $t = T''/2 = T'$ であり、この時間で速度 0 となるため、初速は gT' である。よって、

$$H - h = gT' \cdot T' - \frac{1}{2} gT'^2 = 5h,$$

より、 $H = 6h$ である。

2

解答

$$(1) qv_x B \qquad (2) \frac{E}{B} \qquad (3) \frac{m}{qB} \left(v - \frac{E}{B} \right)$$

$$(4) \frac{\alpha}{1 + \alpha} vB \qquad (5) \frac{1}{2} vB$$

解説

- (1) ローレンツ力は、速度ベクトルと磁場ベクトルの外積に電荷をかけて求められる。
 (2) 電場から荷電粒子には電場ベクトルと電荷の積で求められ、その力とローレンツ力の合成を考える。
 (3) 粒子の運動の円運動成分は、初速が $(v - E/B)$ の磁場中の運動と同一視できる。向心力の大きさが $q(v - E/B)B$ であるから、円運動の半径 r は、円運動の運動方程式

$$\frac{m(v - E/B)^2}{r} = q(v - E/B)B,$$

より、 $m(v - E/B)/qB$ となる。

- (4) 粒子の x 方向の変位は、円運動成分と平行移動成分を合成することで、

$$x = \frac{m(v - E/B)}{qB} \sin \left(\frac{qB}{m} t \right) + \frac{E}{B} t$$

となる。これが常に正であればよいので、

$$\frac{mE/qB^2}{m(v - E/B)/qB} > \alpha,$$

より、 $E > \alpha vB/(1 + \alpha)$ がわかる。

- (5) 図3や図4のようにならない条件は、速度が負になる区間が存在することと同値である。すなわち、中心が移動する速度の大きさが $v - E/B$ より小さければよく、 $E/B < v - E/B$ より、 $E < vB/2$ である。

3

解答

- (1) エ (2) オ (3) カ (4) ア (5) イ

解説

- (1) 下部の気体の圧力を P'_0 とすると、ピストン B についての力のつりあいより、

$$P'_0 = P_0 + \frac{Mg}{S},$$

がわかる。温度と体積が一致するので、気体の物質比と圧力比は一致し、求める比は $P'_0/P_0 = 1 + Mg/P_0S$ となる。

- (2) 状態 1 での上部の気体の圧力は、ピストン A についての力のつりあいより $P_0 + 2Mg/S$ である。このこととピストン B についての力のつりあいより、状態 1 での下部の気体の圧力は $P_0 + 3Mg/S$ である。下部の気体について、ポアソンの法則より、状態 1 での高さ l_1 とすると、

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)l^{5/3} = \left(P_0 + \frac{3Mg}{S}\right)l_1^{5/3},$$

である。これより、 $l_1 = (1 - 6Mg/5P_0S)l$ である。

- (3) $\Delta U = \Delta(3PV/2)$ であり、圧力変化が $\Delta P = 2Mg/S$ 、体積変化が $6Mgl/5P_0$ であることを考えれば、

$$\frac{\Delta U}{P_0Sl} = \frac{3}{2P_0Sl}((P_0 + \Delta P)(Sl + \Delta V) - P_0Sl) = \frac{24Mg}{5P_0S}.$$

- (4) ボイル・シャルルの法則より、求める温度は、

$$\frac{P_0Sl(1 + 3Mg/P_0S)(1 - 6Mg/5P_0S)}{P_0Sl(1 + Mg/P_0S)} T_0 = \left(1 + \frac{4Mg}{5P_0S}\right) T_0.$$

- (5) この変化は定圧変化であるから、

$$\frac{Q}{P_0Sl} = \frac{5}{2P_0Sl}(P\Delta V) = \frac{5}{2} \left(\left(1 + \frac{3Mg}{P_0S}\right) \cdot \frac{6Mg}{5P_0S} \right) = \frac{3Mg}{P_0S}.$$

4

解答

- (1) ア (2) エ (3) イ (4) ア (5) カ

解説

(1) 三平方の定理より、 $\sqrt{L^2 + \left(x + \frac{1}{2}d\right)^2}$ である。

(2) 前問の結果に近似式を適用すると、 S_1 と S_2 からの点 P までの距離の差は、

$$\sqrt{L^2 + \left(x + \frac{1}{2}d\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(x - \frac{1}{2}d\right)^2} \approx L \left(\left(1 + \frac{0.5}{L} \cdot \left(x + \frac{1}{2}d\right)^2\right) - \left(1 + \frac{0.5}{L} \cdot \left(x - \frac{1}{2}d\right)^2\right) \right),$$

より、 dx/L となる。よって、 $d\Delta x/L = \lambda$ より、 $\Delta x = L\lambda/d$ である。

(3) 波の振幅の二乗にエネルギーは比例するので、振幅が $1/2$ になったことにより、明るさは $1/4$ となる。

(4) S_1 から P までの光路が実質 $(n_f - 1)D$ だけ増加したことになるので、0 次の回折光の位置は

$$\frac{dx}{L} + (n_f - 1)D = 0,$$

を満たし、 x は負の方向へ $(n_f - 1)LD/d$ だけ動くことになる。

(5)

$$\frac{dx}{L} + (n - 1)D = -\lambda,$$

の解 x が波長によらず定まることがわかる。よって、 $n = b\lambda + c$ を代入すれば、 $b = -1/D$ がわかる。

お問い合わせは ☎0120-302-872

<https://keishu-kai.jp/>