解答速報 物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2020年度　順天堂大学

【 講 評 】

面倒な計算もなく、典型的な問題ばかりである。高得点を狙いたい。

$\boxed{\text{I}}\boxed{\text{第1問}}$は小問集合。どれも簡単なものばかりであり、落とせない。

$\boxed{\text{I}}\boxed{\text{第2問}}$は荷電粒子の電場・磁場中での運動。やや見慣れない過程が含まれるが、その部分の導出が丁寧であり、きちんと問題文を読めば難なく解ける。結果はやや非自明であるが有名なものであり、知っていた受験生も多かっただろう。

$\boxed{\text{I}}\boxed{\text{第3問}}$は熱気球の問題。これもかなり典型的なものであり、素早く処理したい。マイヤーの関係式などをうまく利用して処理を簡略化できたかどうか。

$\boxed{\text{II}}$は斜面上の単振動。非常に典型的である。落とせない。

【 解 答 ・ 解 説 】

I

第 1 問

解答

1 ③	2 ⑥	3 ⑧	4 ①
5 ⑧	6 ②	7 ②	

解説

問 1　Q から伸びる糸の張力を T、垂直抗力を N、点 A における下向きの摩擦力を f とする。点 A 周りのモーメントのつり合いの式を立てると、$T\dfrac{L}{3}\sin 60^\circ = mgL$ である。よって、$T = 2\sqrt{3}mg$ である。
水平方向の力のつり合いより、$N = T\cos 60^\circ = \sqrt{3}mg$ である。また、垂直方向の力のつり合いより、$f + mg = T\sin 60^\circ$ となり、$f = 2mg$ である。
以上より、$F = \sqrt{N^2 + f^2} = \sqrt{7}mg$ である。

問 2　衝突後の B の右向きの速度を v とすると、運動量保存則より、

$$5 \times 1 + 3 \times (-2) = 5 \times (-0.8) + 3v$$

より、$v = 1$〔m/s〕である。よって、衝突前の相対速度の大きさは 3〔m/s〕、衝突後は 1.8〔m/s〕であるから、衝突により相対速度の大きさが 0.6 倍になったことにより、反発係数は $e = 0.6$ である。

問 3　$t = 0$ では、正弦波 P は $y_P = -A\sin\dfrac{2\pi x}{\lambda}$、Q は $y_Q = A\sin\dfrac{2\pi x}{\lambda}$ である。P は x 正方向、Q は x 負方向に進むことから、一般の時刻 t における波の式はそれぞれ

$$y_P = -A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(x - \frac{\lambda t}{T}\right)\right)$$
$$y_Q = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(x + \frac{\lambda t}{T}\right)\right)$$

となる。これらに $t = \dfrac{T}{3}$ および $x = 2\lambda$ を代入して和をとると、$y = y_P + y_Q = \sqrt{3}A$ である。

問 4　(a) 誘電体で満たされた部分の静電容量は、面積が半分になることから、$nC/2$ である。よって、電位差は $Q_L/(nC/2) = \dfrac{2Q_L}{nC}$ となる。よって、電場は $\dfrac{2Q_L}{nCd}$ である。
(b) 誘電体で満たされていない部分の電気量は $Q - Q_L$ である。これと静電容量が $C/2$ であることより、電位差は $2(Q - Q_L)/C$ である。これと (a) の電位差が一致することより、$\dfrac{2Q_L}{nC} = \dfrac{2(Q - Q_L)}{C}$ であり、$Q_L = \dfrac{n}{n+1}Q$ である。

問 5　抵抗に流れる電流は電圧と同じ位相を持つが、ダイオードの整流作用により負方向の電流はせき止められてゼロとなる。これと電圧の位相が $\sin\omega t$ であることより、選ぶべきグラフは②である。

問 6　^{12}C は枯れたときから $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3/10}$ の割合になっているので、半減期の 3/10 倍の年数が経過している。半減期が 5.7×10^3 年であることから、求める年数は $5.7 \times 10^3 \times \dfrac{3}{10} \fallingdotseq 1.7 \times 10^3$ 年である。

第 2 問

解答

1	②	2	①	3	④
4	⑩	5	⑥	6	⑤

解説

問 1　荷電粒子に働くローレンツ力の大きさは qv_0B である。ローレンツ力は速度に直交することから仕事をしないので、速さは v_0 で一定である。

円運動の運動方程式を立てると、$m\dfrac{v_0^2}{r} = qv_0B$ より、$r = \dfrac{mv_0}{qB}$ である。

問 2　(a) ローレンツ力の各成分は、$F_x = qBv_y$ で $F_y = -qBv_x$ である。よって、運動方程式は $ma_x = qBv_y, ma_y = -qBv_x$ である。

(b) 問題文より、$mv_x - qBy$ は一定であり、その値は初期値 0 である。よって、$v_x = \dfrac{qB}{m}y$ となるので、$ma_y = -\dfrac{q^2B^2}{m}y$ である。これは $\omega = \dfrac{qB}{m}$ の単振動の運動方程式である。

問 3　(a) 問題文より、$a_y = -\omega^2\left(y - \dfrac{qE}{m\omega^2}\right)$ である。よって、y 方向には単振動をする。はじめ $y = 0$ かつ $v_y = 0$ であるから、$y = -\dfrac{qE}{m\omega^2}\cos\omega t + \dfrac{qE}{m\omega^2}$ である。

よって、最大値は $\dfrac{2qE}{m\omega^2}$、最小値は 0 である。

(b) 最大値を取るまでは周期 T の半分の時間がかかるので、$t_1 = \pi/\omega$ である。よって、$\dfrac{3}{2}t_1 = \dfrac{3\pi}{2\omega}$ であり、そのとき $y = \dfrac{qE}{m\omega^2}$ である。

つまり、荷電粒子は $y = 0$ から $y = \dfrac{qE}{m\omega^2}$ まで運動しており、その間電場による力は一様に y 方向に qE だけ働いているので、求める仕事は $\dfrac{qE}{m\omega^2} \times qE = \dfrac{mE^2}{B^2}$ である。

(補足) 一般に、電場と磁場が直交する空間における荷電粒子の運動は複素数を用いて計算できる。z 方向に磁束密度 B、y 方向に電場 E がかかっているとき、荷電粒子の位置を $u = x + iy$ とおく。u の 1 階微分を v、2 階微分を a、$\omega = qB/m$ として、

$$a + i\omega v = i\frac{e}{m}E$$

となる。$t = 0$ で $u = 0$ かつ速度が y 成分のみという初期条件でこれを解くと、ある定数 A を用いて

$$x = \frac{A}{\omega}(1 - \cos\omega t) + \frac{E}{B}t$$
$$y = \frac{A}{\omega}\sin\omega t$$

と一般解が表される。

これより、電場および磁場と直交した方向に運動するという、やや直観に反する結果が得られる。

第3問

解答

1	③	2	②	3	⑤
4	⑦	5	④	6	②

解説

問1　密度を用いた状態方程式 $Pm = \rho RT$ を用いれば、$\rho_1 = \dfrac{mP_0}{RT_1}$ である。

問2　圧力一定条件下では、密度は温度に反比例するので、$\rho_0 = \dfrac{T_1}{T_0}\rho_0$

問3　気球の密度と大気の密度が等しいという条件から、気球の体積 V として、$\dfrac{M}{V} + \rho_1 = \rho_0$ が成立する。また、気体の状態方程式より、$P_0V = nRT_1$ である。これら二つの条件と ρ_0, ρ_1 の値を用いると、

$$T_1 = \left(1 + \frac{M}{nm}\right)T_1$$

と計算できる。

問4　定積モル比熱 C_V が $\dfrac{5}{2}R$ であることから、マイヤーの関係式より定圧モル比熱は $C_P = \dfrac{7}{2}R$ である。

よって、定圧条件下で n モルの気体の温度を aT_1 上げるのに必要な熱量は $\dfrac{7}{2}anRT_1$ である。

問5　問3の結果より、熱気球に働く重力と浮力がつり合う温度は大気の圧力に依存しないので、$T_3 = T_1$ である。

問6　(圧力) $\times$ (体積)$^{7/5}$ が一定であること、および圧力と体積の積が温度に比例することにより、

(圧力) $\times$ (温度)$^{-7/2}$ が一定であることが言える。これより、$x = -\dfrac{7}{2}$ である。

Ⅱ

解答

問1　小球：$Ma = N - Mg\sin\theta$

板：$ma = k(L-x) - N - mg\sin\theta$

問2　$a = \dfrac{k}{M+m}(L-x) - g\sin\theta$

問3　$N = \dfrac{M}{M+m}k(L-x)$

問4　$x = L$

$K = \dfrac{1}{2}k(L-x_0)^2 - (M+m)g(L-x_0)\sin\theta$

問5　$x_0 < L - \dfrac{2(M+m)g}{k}\sin\theta$

問6　周期：$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

振動中心：$x = L - \dfrac{mg}{k}\sin\theta$

解説

問 1　小球に働く x 軸方向の力は、板からの垂直抗力 N および重力の x 方向成分 $-Mg\sin\theta$ である。

板に働く x 軸方向の力は、ばねの復元力 $k(L-x)$、垂直抗力の反作用 $-N$ および重力の x 方向成分 $-mg\sin\theta$ である。以上より、

$$\begin{aligned} Ma &= N - Mg\sin\theta \\ ma &= k(L-x) - N - mg\sin\theta \end{aligned}$$

である。

問 2　前問の二式を辺々加えて整理すれば、

$$a = \frac{k}{M+m}(L-x) - g\sin\theta$$

が得られる。

問 3　問 1 のいずれかの式に問 2 の a の値を代入して整理すれば、

$$N = \frac{M}{M+m}k(L-x)$$

が得られる。

問 4　N が 0 になるような x が求める x である。よって、問 3 の結果より、板から小球が離れる瞬間の x 座標は $x=L$ である。

$x=L$ を重力による位置エネルギーの基準面にとると、$x=x_0$ でのエネルギーは $-(M+m)g(L-x_0)\sin\theta + \dfrac{1}{2}k(L-x_0)^2$、$x=L$ でのエネルギーは K である。よって、エネルギー保存より

$$K = \frac{1}{2}k(L-x_0)^2 - (M+m)g(L-x_0)\sin\theta$$

である。

問 5　$x=L$ まで小球が上昇するためには、前問の K が正でなければならない。よって、$\frac{1}{2}k(L-x_0)^2 - (M+m)g(L-x_0)\sin\theta > 0$ より、

$$x_0 < L - \frac{2(M+m)g}{k}\sin\theta$$

である。

問 6　小球が板から離れたあとの運動方程式は、

$$ma = -k(x-L) - mg\sin\theta = -k\Big(x - \Big(L - \frac{mg}{k}\sin\theta\Big)\Big)$$

である。よって、この単振動の角振動数 ω は $\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ となり、周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ で振動中心は $L - \dfrac{mg}{k}\sin\theta$ である。