解答速報　物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2020年度　慶應大学

【　講　評　】

典型ではないが基本的な問題が多い。煩雑な処理も少なく、高得点勝負となるだろう。8割は獲得したい。

$\boxed{\text{I}}$は小問集合。いずれも問題の状況を理解すれば簡単な計算により解ける。無駄な計算を経由せず、比などを用いて効率的に処理できたどうか。

$\boxed{\text{II}}$は気体分子運動論と物質波の量子化について。受験生にはやや見慣れないテーマと思われるが、誘導が丁寧であり、順を追っていけば完答できる。これは落とせない。

$\boxed{\text{III}}$は孤立導体球の静電容量について。これも誘導が丁寧であり、落ち着いて問題文を読めば容易に解けたはず。記述がやや面倒だが、答える内容は難しくない。

【 解 答 ・ 解 説 】

$\boxed{\mathrm{I}}$

解答

問 1　$A = 141$〔V〕, $f = 50$〔Hz〕

問 2　(a) 2.4〔km/s〕　(b) 600〔m/s〕

問 3　(a) $\sqrt{\dfrac{mg}{k}}$　(b) ⑤

問 4　① 206　② He　③ $\dfrac{m}{M}E$　④ 0.10　⑤ 0.43

解説

問 1　交流 100〔V〕は実効値を表すので、交流電圧が sin 波であることから、振幅はその $\sqrt{2}$ 倍の 141〔V〕である。また、慶応義塾大学日吉キャンパスがある東日本では交流電圧の周波数は 50〔Hz〕である。

問 2 (a) 天体表面の重力による位置エネルギーは、天体質量に比例し、天体の半径に反比例するから、月の表面での重力による位置エネルギーは地球のそれの $\dfrac{1}{81} \times \left(\dfrac{1}{4.0}\right)^{-1} = \dfrac{4.0}{81}$ 倍である。それに対応する運動エネルギーは、速さの 2 乗に比例するから、第 2 宇宙速度に相当する速さは 11〔km/s〕の $\sqrt{\dfrac{4.0}{81}} = \dfrac{2.0}{9.0}$ 倍となり、2.4〔km/s〕である。

(b) 分子数を N、アボガドロ数を N_A、分子 1 つの質量を m とすると、エネルギーについて、

$$\frac{N}{2}mv^2 = \frac{3}{2}\frac{N}{N_A}RT$$

が成立する。これを解いて、$v = \sqrt{\dfrac{3RT}{N_A m}} = 600$〔m/s〕を得る。ただし、$N_A m$ がモル質量に等しいことを用いた。

問 3 (a) 速さが一定になったとき、重力と空気抵抗はつり合っているので、$mg = kv$ となり、$v = \sqrt{\dfrac{mg}{k}}$ である。

(b) 物体の下方向の加速度を a とすると、単振子の感じる重力加速度は $g - a$ である。T は重力加速度の 1/2 乗に反比例し、a は g から 0 まで (図 1 の傾きに従って) 変化するから、対応する T は⑤である。

問 4　α 崩壊で放出されるのは陽子 2 つと中性子 2 つを持つヘリウム原子核であるから、質量数は 210 から 4 減少し、206 となる。

はじめ静止していることから、運動量保存則を考えれば、Pb 原子核の速さは α 粒子の m/M 倍である。また、質量は M/m 倍である。運動エネルギーは速さの 2 乗に比例し質量に比例することから、Pb 原子核の運動エネルギーは $E \cdot (m/M)^2 \cdot (M/m) = \dfrac{m}{M}E$ となる。いま、$m/M = 4/206$ であるから、$E = 5.3$〔MeV〕を代入すれば、Pb 原子核の運動エネルギーは 0.10〔MeV〕と計算できる。

Po は 1 秒間に 10^9 回崩壊し、1 回の崩壊で容器に与えられるエネルギーは Pb と α 粒子のエネルギーの和で 5.4〔MeV〕である。よって、

$$\frac{10^9 \times 3600 \times (5.4 \times 10^6) \times (1.6 \times 10^{-9})}{0.60 \times 12} \fallingdotseq 0.43\text{〔K〕}$$

である。

Ⅱ

解答

(a) $\dfrac{v\Delta t}{2L}$ (b) $\dfrac{2E}{L}$ (c) $v+2w$ (d) $2E\ \dfrac{\Delta L}{L}$

(e) 粒子性：ニュートン
波動性：ド・ブロイ
(f) $\lambda=\dfrac{h}{mv}$ (g) $\lambda=\dfrac{2L}{n}$ (h) $E_n=\dfrac{n^2h^2}{8L^2m}$

(i) $f_n=\dfrac{2E_n}{L}$

解説

(a) 一往復の長さが $2L$ であり、粒子は時間 Δt の間に $v\Delta t$ だけ進むことから、衝突回数は $\dfrac{v\Delta t}{2L}$ と近似できる。

(b) 壁が受ける力の大きさ F とすると、時間 Δt の間に壁が受ける力積は $F\Delta t$ である。また、1 回の衝突で壁が受ける力積は (粒子の運動量変化に等しく)$2mv$ であり、Δt の間に壁が受ける力積は $2mv\cdot\dfrac{v\Delta t}{2L}$ である。よって、

$$F\Delta t=2mv\cdot\frac{v\Delta t}{2L}$$

より、$F=\dfrac{2E}{L}$ である。

(c) 弾性衝突であるから、衝突前後で相対速度の大きさが保存する。衝突直前の相対速度は $v+w$ であることから、衝突後の粒子の速さは $v+2w$ である。

(d) $\dfrac{v\Delta t}{2L}$ 回の衝突後の粒子の速さは $v+\dfrac{v\Delta t}{2L}\cdot 2w$ である。また、$w\Delta t=\Delta L$ であることから、速さは $v+\dfrac{\Delta L}{L}v$ となる。$\Delta L/L$ の 2 次を無視すると、運動エネルギーの変化は、$E=\dfrac{1}{2}mv^2$ より、

$$\frac{1}{2}m\left(v+\frac{\Delta L}{L}v\right)^2-\frac{1}{2}mv^2\fallingdotseq 2E\frac{\Delta L}{L}$$

となる。

(e) 光の粒子説はニュートンによって唱えられた。また、ド・ブロイはド・ブロイ波を考案した。

(f) ド・ブロイ波の式より、$\lambda=\dfrac{h}{mv}$ である。

(g) 腹の数が n であるような固定端の定常波は、長さが $n\cdot(\lambda/2)$ であるから、これが L に等しいことにより、$\lambda=\dfrac{2L}{n}$ である。

(h) $v=\dfrac{h}{m\lambda}$ だから、

$$E_n=\frac{1}{2}mv^2=\frac{m}{2}\left(\frac{h}{m\lambda}\right)^2=\frac{n^2h^2}{8L^2m}$$

である。

(i) 壁を ΔL だけ動かしたときのエネルギーの変化を ΔE_n とすると、$\Delta E_n=f_n\Delta L$ である。ここで、

$$E_n+\Delta E_n=\frac{n^2h^2}{8L^2m}\left(1-\frac{\Delta L}{L}\right)^{-2}\fallingdotseq E_n\left(1+\frac{2\Delta L}{L}\right)$$

となるので、

$$E_n\cdot\frac{2\Delta L}{L}=f_n\Delta L$$

である。以上より、$f_n=\dfrac{2E_n}{L}$ である。

$\boxed{\text{III}}$

解答

問 1　解説を参照

問 2　㋐ : ④　　㋑ : ⑥　　㋒ : ⑨　　㋓ : 45　　㋔ : 2.3×10^{-7}　　㋕ : 5.7×10^{-4}

問 3　(a) 解説を参照　　(b) 解説を参照

(c) $L = Vr\sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{mg\sin\theta}}$　　(d) 5.0×10^{-2}〔m〕

解説

問 1　電場は導体表面に対して垂直で、導体内部では 0 である。また、導体全体で等電位となる。

問 2 (a) 電荷 Q の点電荷の作る電場を考えれば、求める電場の大きさは $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ である。また、同じ点電荷の作る電位の $r = R$ での値を考えると、求める電位は $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ である。$Q = CV$ の Q と V にこれらを代入すれば、$C = 4\pi\varepsilon_0 R$ である。

(b) $C = 4\pi\varepsilon_0 R \fallingdotseq 45 \times 10^{-12}$〔F〕$= 45$〔pF〕である。また、電気量 CV の C にこの値を代入し、V を 5000〔V〕を代入すれば、2.3×10^{-7}〔C〕である。同様に (同じ値を用いて) 静電エネルギーを計算すれば、5.7×10^{-4}〔J〕となる。

問 3 (a) 摩擦によって電荷が人体とセーターの間で移動し、さらに、湿度が低いため溜まった電荷が空気中に放電されにくいから。

(b) HG 間に 5000〔V〕がかかると、コイルの直流抵抗が 1〔kΩ〕であることから、コイルおよびダイオードにかかる電圧は 5〔V〕程度となる。すると、ダイオードに電流が流れはじめ、電圧とばねの位置の比例の関係式が成立しなくなり、測定が不正確になることがわかる。

(c) 導体小球を電荷 Q の点電荷と見做すことにすると、$V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ より $Q = 4\pi\varepsilon_0 rV$ である。導体小球同士に働く力と重力の斜面方向成分がつり合えばよく、

$$mg\sin\theta = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 r^2 V^2}{L^2}$$

である。これを解けば、$L = Vr\sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0}{mg\sin\theta}}$ である。

問 4　前問の結果に (単位に注意して) 値を代入すれば、$L = 5.0 \times 10^{-2}$〔m〕を得る。