解答速報 物理　医学部受験専門予備校 慧修会

2020年度　日本大学

【　講　評　】

難易の差が大きい年であった。一つの大問に執着せず、解ける問題から得点を稼いでいく意識でないと失敗しかねない。

$\boxed{1}$はゴムひもと単振動の問題。類題経験の有無によってかなり解きやすさが変わってくる。完答したい問題。

$\boxed{2}$はレンズと回折格子の問題。処理自体は単純であるが、最後の問題は誘導に乗りつつうまく幾何的に処理する必要がある。

$\boxed{3}$はサイクルの組み合わせの問題。後半は見た目に面食らうかもしれないが、落ち着いてプロセスを分解すれば解けなくはない。とはいえ、手を付けなかった受験生は多かっただろう。

$\boxed{4}$はコンデンサーを含む回路。〔方法2〕は電流による電荷の移動をきちんと追う必要があり、グラフの処理の経験の有無で差がついただろう。処理量も多く、時間内で解ききるのはなかなか厳しかったかもしれない。

【　解　答　・　解　説　】

$\boxed{1}$

解答

1	②	2	④	3	③	4	③	5	②

解説

問1　自然長をの位置を $x=0$ として、下向きに x 軸を取る。重力と弾性力のつり合いの式を立てると、$mg=kd$ より、$d=\dfrac{mg}{k}$ である。

また、小物体は $x=d$ を中心とする振幅 δ の単振動をする。この運動が $x>0$ の範囲に収まれば単振動となる。よって、δ の最大値は d である。

問2　重力による位置エネルギーの基準を $x=0$ にとると、板の高さでのエネルギーは $\dfrac{1}{2}mv_0^2+mgl$ である。また、ゴムひもの長さが $l+x$ になる位置まで下降したとすると、最下点でのエネルギーは $\dfrac{1}{2}kx^2-mgx$ である。これらが一致することから、x についての二次方程式を解いて d の値を代入すると、($x>0$ より)

$$x+l=l+d+\sqrt{d^2+2dl+\frac{mv_0^2}{k}}$$

である。また、最高点 $x=-H$ とすると、エネルギー保存より $\dfrac{1}{2}mv_0^2+mgl=mg(l+H)$ である。よって、地面からの高さは

$$L+H=L+\frac{v_0^2}{2g}$$

である。

問3　ゴムひもが自然長になるまで自由落下するので、自由落下の時間は l が大きいほど長くなる。

また、前問より、最下点での x の値について、x の値は k が大きいほど小さくなり、m が小さいほど小さくなる。$x+l$ の長さを固定したまま l を大きくしたいので、x を小さくすればよい。よって、k を大きく、m を小さくすればよい。

$\boxed{2}$

解答

6	⑥	7	⑥	8	⑨	9	⑥	10	①
11	⑤	12	④						

解説

問 1　レンズの関係式より、$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a'}=\dfrac{1}{f}$ であり、これより $a'=\dfrac{af}{f-a}$ である。

問 2　像の高さはレンズからの距離に比例するので、$b'=\dfrac{a'}{a}b=\dfrac{bf}{f-a}$ である。

問 3　点 B から凸レンズに下ろした垂線の足を H とする。△PBH を考えると、PH の長さは $a\tan\theta \fallingdotseq a\theta$ である。また、点 B' が直線 PQ 上にあることから、PH の長さは $(b'-b)+a'\tan\theta' \fallingdotseq (b'-b)+a'\theta'$ となる。
よって、$a\theta=(b'-b)+a'\theta'$ を a', b' の値を代入して解くと、

$$\theta'=\left(1-\frac{a}{f}\right)\theta-\frac{b}{f}$$

である。

問 4　スクリーンの中心軸からの距離 y とすると、明線条件は、整数 m を用いて $\dfrac{dy}{L}=m\lambda$ となる。ここで、回折格子から出る光線の x 軸との角度を θ としたとき、$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta=\dfrac{y}{L}$ となることを用いた。
よって、明線間隔は $\Delta y=\dfrac{L\lambda}{d}$ である。ここで、d は格子定数であり、今は溝が 1〔mm〕あたり 10 本であるから、$d=0.1$〔mm〕である。
よって、問題文の値を代入すれば、$\Delta y \fallingdotseq 6.1$〔mm〕となる。

問 5　レンズによって屈折したあとの光線の x 軸との角度を θ' とおくと、問 3 で $b \fallingdotseq 0$ とおいて $\sin\theta' \fallingdotseq \left(1-\dfrac{a}{f}\right)\theta \fallingdotseq 0.9\dfrac{y}{L}$ である。これより、明線間隔は $\tan\theta' \fallingdotseq \sin\theta' \fallingdotseq 0.9$ 倍になるので、小数第 2 位まで考慮して計算すると 5.4〔mm〕となる。

3

解答

13 ②	14 ⑦	15 ④	16 ①	17 ⑧
18 ①	19 ⑧	20 ①	21 ①	22 ②
23 ①	24 ⑤	25 ①	26 ③	

解説

問 1　熱を吸収する過程は、D $\to A$ と A $\to$ B である。単原子分子理想気体の定積モル比熱と定圧モル比熱がそれぞれ $\dfrac{3R}{2}, \dfrac{5R}{2}$ であることより、

$$Q_{\mathrm{in}} = \frac{3}{2} \cdot \Delta p \cdot V_0 + \frac{5}{2} \cdot p_0 \cdot \Delta V$$

であり、これに $\Delta p = \dfrac{p_0}{2}$ と $\Delta V = \dfrac{V_0}{2}$ を代入すれば、$Q_{\mathrm{in}} = 2p_0V_0$ である。

また、同様に、

$$Q_{\mathrm{out}} = \frac{3}{2} \cdot \Delta p \cdot (V_0 + \Delta V) + \frac{5}{2} \cdot (p_0 - \Delta p) \cdot \Delta V = \frac{7}{4} p_0 V_0$$

である。

熱効率は、

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\mathrm{out}}}{Q_{\mathrm{in}}} = \frac{1}{8}$$

である。

問 2　前問と同様にして、

$$Q_{\mathrm{in}} = \frac{3}{2} \cdot \Delta p \cdot (V_0 + (k-1)\Delta V) + \frac{5}{2} \cdot (p_0 - (k-1)\Delta p) \cdot \Delta V = \frac{2n-k+1}{n^2} p_0 V_0$$

である。また、各サイクルの正味の仕事は

$$W = \Delta p \Delta V = \frac{p_0 V_0}{4n^2}$$

である。以上より、

$$\eta_k = \frac{W}{Q_{\mathrm{in}}} = \frac{1}{8n-k+1}$$

である。

問 3　サイクル全体で吸収する熱は、

$$Q_{\mathrm{in}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{8n-k+1}{4n^2} p_0 V_0 = \frac{15n+1}{8n} p_0 V_0$$

である。また、サイクル全体の正味の仕事は

$$W = n \cdot \Delta p \Delta V = \frac{p_0 V_0}{4n}$$

である。以上より、

$$\eta_{\mathrm{total}} = \frac{W}{Q_{\mathrm{in}}} = \frac{2}{15n+1}$$

である。

問 4　すべての $n \geq 2$ に対して、

$$\sum_{k=1}^{n} \eta_k > \eta_n = \frac{1}{7n+1} \geq \eta_{\mathrm{total}}$$

である。最後の不等式では $n \geq 2$ を用いた。よって、$\sum_{k=1}^{n} \eta_k > \eta_{\mathrm{total}}$ である。

$\boxed{4}$

解答

27 ②	28 ③	29 ④	30 ①	31 ③
32 ⑧	33 ①	34 ③	35 ①	36 ②
37 ②				

解説

問 1　十分時間がたつと、電流が流れなくなる。コンデンサー 2 にかかる電圧は電池 2 の電圧に一致し、V であるから、静電容量が $2C$ であることより、求める電荷の大きさは $2CV$ である。

問 2　〔方法 1〕まず、コンデンサー 2 の静電容量が C になって十分時間がたったあと、コンデンサーにかかる電圧を求める。このときコンデンサー 1,2 にかかっている電圧をそれぞれ V_1, V_2 とすれば、$V_1 + V_2 = 2V$ である。また、電荷保存より (スイッチを開く前までコンデンサー 1 の下面とコンデンサー 2 の下面に蓄えられていた電荷の和は $-CV$ であったことから)、$-CV_1 + CV_2 = -CV$ である。以上より、$V_1 = \frac{3}{2}V,\ V_2 = \frac{1}{2}V$ である。コンデンサー 2 の静電容量を変える間に外から加えた力のした仕事を W、電池のした仕事を W' とすると、エネルギーと仕事の関係より (十分ゆっくりとした変化ゆえ抵抗のジュール熱は無視できて)、

$$\frac{1}{2}CV^2 + \frac{1}{2}(2C)V^2 + W + W' = \frac{1}{2}C\left(\frac{3}{2}V\right)^2 + \frac{1}{2}C\left(\frac{1}{2}V\right)^2$$

である。また、電池を負極から正極方向に動いた電荷は (コンデンサー 2 の上面の電荷が $2CV \rightarrow \frac{3}{2}CV$ のように変化したことから)$-\frac{1}{2}CV$ であり、これより電池のした仕事は $W' = -\frac{1}{2}CV \cdot 2V = -CV^2$ である。よって、W を求めると、$W = \frac{3}{4}CV^2$ となる。

〔方法 2〕上の議論より、コンデンサー 1 の上側極板に流れ込む電荷は $\frac{1}{2}CV$ であり、その値は $t-I(t)$ グラフの面積に等しい。その面積は $\frac{V}{8R}(t_1 - t_0)$ に等しいから、$t_1 - t_0 = 4RC$ である。よって、$t_1 = 6RC$。

時刻 $t = t_1 - t_0$ までに流れた電荷の合計はグラフの面積より $\frac{V}{16R}(2t_1 - 3t_0) = \frac{3}{8}CV$ である。よって、この時刻にコンデンサー 2 の上側極板に蓄えられていた電荷は $2CV - \frac{3}{8}CV = \frac{13}{8}CV$ である。
このとき、コンデンサー 2 の静電容量を C' として電圧についてのキルヒホッフの関係式を考えると、

$$2V = -RI + \frac{13CV}{8C'} + \frac{5V}{8}$$

であり、これと $I = \frac{V}{8R}$ より、$C' = \frac{13}{12}C$ である。
電流が一定値を取っていた時間は、$t_1 - 2t_0 = 2RC$ である。