解答速報 物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2020 年度　日本医科大学

【 講 評 】

標準的な問題が多いが、効率よく考えないと無駄な計算量が増えて時間が足りなくなりかねない。機械的な解き方だけではなく、問題に合わせた解法選択をする能力を身につけておくべきであろう。

Ⅰは基本的な力学の問題だが、基本的であるからこそ様々な解法が考えられ、それによって計算量も変わってくる。比などを使ってうまく計算したい。特に地球トンネルは様々な大学で出ており、類題経験があれば大きなアドバンテージであっただろう。

Ⅱ問 1 は基本的な交流回路の問題。これは落とせない。問 2 は見慣れない消費電力の問題だが、落ち着いて考えれば単純である。

Ⅲは熱力学の基本的な問題。これも落とせない。それぞれの変化の特徴を掴んでうまく計算したい。

Ⅳは波の問題。問 1、問 2 は非常に基本的だが、問 3 はやや応用的である。しかし、よくよく考えてみると光の屈折と同型の問題である。気付けば即座に解答できる。

【 解 答 ・ 解 説 】

$\boxed{\text{I}}$

解答

ア　60　　イ　$\dfrac{1}{2}mv$　　ウ　$\dfrac{mgr}{R}$　　エ　$\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$　　オ　$\sqrt{gR}$

解説

問１　衝突後の物体の速さを V とすれば、x, y 方向それぞれについて運動量保存の式を立てると、

$$mv + mv\cos\theta = 2mV\cos 30^\circ$$
$$mv\sin\theta = 2mV\sin 30^\circ$$

となる。ここで、下式の両辺を上式で割って整理すると、$\tan\dfrac{\theta}{2} = \tan 30^\circ$ となる。$0^\circ < \theta < 90^\circ$ だから、$\theta = 60^\circ$ である。

また、この θ を代入すると、$V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}v$ がわかる。即ち、小球 A の運動量ベクトルは $(mv\ ,\ 0)$ から $\left(\dfrac{3}{4}mv\ ,\ \dfrac{\sqrt{3}}{4}mv\right)$ に変化している。この変化分のベクトルは $\left(-\dfrac{1}{4}mv\ ,\ \dfrac{\sqrt{3}}{4}mv\right)$ であり、その大きさは $\dfrac{1}{2}mv$ である。受けた力積は運動量の変化に等しいので、これが小球 A の受けた力積の大きさである。

問２　中心 O から半径 r の球内にある質量は、体積に比例することから、$(r/R)^3$ に比例する。また、質量が同じ時の万有引力は $(R/r)^2$ に比例する。これらと $r = R$ では重力の大きさが mg であることを用いると、求める万有引力の大きさ F は、

$$F = mg\cdot\left(\frac{r}{R}\right)^3\cdot\left(\frac{R}{r}\right)^2 = \frac{mgr}{R}$$

となることが分かる。

また、O を原点として A から B に x 軸をとると、位置 x で物体に働く力は $F = -\dfrac{mg}{R}x$ と表されることから、物体は単振動を行い、その振幅は R で、角速度は $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$ である。

A から B に初めて到達するまでの時間は単振動の周期の半分であるから、$\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$ である。また、最大の速さは振幅と角速度の積であるから、$R\omega = \sqrt{gR}$ である。

$\boxed{\text{II}}$

解答

ア　$V\sqrt{\dfrac{C}{L}}$　　イ　$CV\left|\cos\dfrac{t}{\sqrt{LC}}\right|$　　ウ　$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{LC}$

エ　4.0　　オ　1.0×10^6

解説

問 1　スイッチ S_1 を閉じている間、コンデンサーに CV だけ電荷が蓄えられた。その後スイッチ S_1 を開いてスイッチ S_2 を閉じると電気振動が起こるが、この電気振動で回路の外部にエネルギーは放出されないので、コンデンサーのエネルギーとコイルのエネルギーの和は保存する。はじめコイルが持っているエネルギーは 0 であり、コイルに流れる電流が最大のときコンデンサーが持っているエネルギーは 0 となるので、コイルに流れる最大の電流を I_{max} とすれば、

$$\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}LI_{max}^2$$

となり、これより $I_{max}=V\sqrt{\dfrac{C}{L}}$ が得られる。

また、この電気振動の角振動数は $\omega=1/\sqrt{LC}$ であって、$t=0$ で電気量が最大であることからコンデンサーに蓄えられた電気量は t に対して cos 型の変化をするから、電気量を Q とすれば $|Q|=CV\cos\left|\dfrac{t}{\sqrt{LC}}\right|$ である。

また、電流が 0 から初めて最大になるまでの時間は、周期の 4 分の 1 であるから、上で求めた ω を用いて、求める時間は $\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{LC}$ である。

問 2　1.0×10^5〔kW〕で 5.0×10^5〔V〕の電圧をかけると、流れる電流は 2.0×10^2〔A〕である。送電線の抵抗は 100〔Ω〕であるから、送電線で消費される電力は $RI^2=4.0\times10^6$〔W〕である。これは、元々の電力の 4% である。

電力の損失を同じにすればよく、そのためには送電線における RI^2 を一定にすればよい。いま、送電線の長さが 4 倍になり抵抗も 4 倍になるので、R は 400〔Ω〕となる。よって、I は 1.0×10^2〔A〕であればよく、そのためには ($IV=1.0\times10^8$〔W〕より) 電圧を 1.0×10^6〔V〕とすればよい。

$\boxed{\text{Ⅲ}}$

解答

ア	0	イ	$\dfrac{Mg}{2S}$	ウ	$2PS + Mg$
エ	$\dfrac{1}{2}\,MgL$	オ	$\dfrac{5}{4}\,MgL$		

解説

初めに温度一定の元でシリンダーを傾けた操作を操作 1、そこから加熱してピストンを押し上げた操作を操作 2 とする。

操作 1 の間、温度は一定であったから、内部エネルギーの変化は 0 である。

ピストンの (シリンダーに平行な方向についての) 力のつり合いを考えると、気体の圧力 P' として、

$$P'S = Mg\sin 30^\circ + PS$$

である。これより、$P' = P + \dfrac{Mg}{2S}$ である。

また、温度一定ゆえ PV が一定となるので、操作 1 後のシリンダーの底からピストンの静止している位置 B までの長さを L' とすると、$PSL = P'SL'$ となる。これに P' を代入して整理すれば、$L' = \dfrac{2PSL}{2PS + Mg}$ を得る。

次に、操作 2 を考える。内部の理想気体がした仕事 W は、定圧変化ゆえ圧力と体積変化の積に一致する。よって、

$$W = P'(L - L')S = \frac{1}{2}MgL$$

となる。

また、定圧変化での単原子分子理想気体のモル定圧比熱は $\dfrac{5}{2}\,R$ であるから、与えられた熱量は、温度変化を ΔT として

$$\frac{5}{2}R\Delta T = \frac{5}{2}P'S(L - L') = \frac{5}{4}MgL$$

であるとわかる。

$\boxed{\text{IV}}$

解答

ア　回折　　イ　2.0×10^2　　ウ　1.4　　エ　6.7　　オ　5.7

解説

問 1　波の回折とは、波の障害物の陰に回り込んむ性質のことである。波長が長いほど顕著である。

問 2　電車が発する振動数を f〔Hz〕、音速、車の速さ、電車の速さをそれぞれ V, v_c, v_t〔km/h〕とする。すると、電車とすれ違う直前の振動数は $\dfrac{V+v_c}{V-v_t}f$、直後の振動数は $\dfrac{V-v_c}{V+v_t}f$ であるので、すれ違う前後で振動数が 1.60 倍であることから、

$$\frac{\frac{V+v_c}{V-v_t}}{\frac{V-v_c}{V+v_t}} = 1.60$$

となる。これに $V = 1200$〔km/h〕および $v_c = 80.0$〔km/h〕を代入すれば、$v_t = 2.0 \times 10^2$〔km/h〕がわかる。

また、道路脇に立っていた人にとっては、電車とすれ違う直前の振動数は $\dfrac{V}{V-v_t}f$、直後の振動数は $\dfrac{V}{V+v_t}f$ であるから、

$$\frac{\frac{V}{V-v_t}}{\frac{V}{V+v_t}} = \frac{V+v_t}{V-v_t} = 1.4$$

より、振動数は 1.4 倍であることがわかる。

問 3　音速は地平面から 1.70×10^3〔m〕の高度までは 340〔m/s〕、それ以上の高度では 328〔m/s〕となることが分かる。音の通った経路のうち、高度 1.70×10^3〔m〕の地点を C 点とする。

C 点から B 点までの距離は、仰角が 30° であることから $\dfrac{1.70 \times 10^3}{\cos 30^\circ} = 3.40 \times 10^3$〔m〕である。よって、C 点から B 点までは 10〔s〕だけかかる。A 点から B 点までで 20〔s〕だけかかることから、A 点から C 点までは 10〔s〕かかることになる。よって、音波の通った経路は $0.34 \times 10 + 0.328 \times 10 \fallingdotseq 6.7$〔km〕の長さである。

また、高度 1.70×10^3〔m〕の平面に対する入射角を θ とすると、屈折の法則により $\dfrac{\sin\theta}{\sin 60^\circ} = \dfrac{328}{340}$ である。よって、求める水平距離は $3.4 \times \sin 60^\circ + 3.28 \times \sin\theta \fallingdotseq 5.7$〔km〕となる。