解答速報 物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2020年度　東海大学　1日目

【 講 評 】

解きやすい問題と解きにくい問題の差が激しい。解ける問題を確実に得点することが肝要である。

$\boxed{1}$は標準的な動滑車の問題。ただ、(5) の相対速度の議論はなれていないとやや難しいか。(4) までは確実に得点したい。

$\boxed{2}$は球殻の電位の問題であるが、やや見慣れない設定である。落ち着いて電位に着目すれば解けなくはないが、試験場では厳しかっただろう。

$\boxed{3}$は基本的な光の干渉。これは落とせない。

$\boxed{4}$は気体分子運動論に類似した議論による光子の問題。設定こそ見慣れないが、やること自体は至って単純である。出来が分かれた問題だろう。

【 解 答 ・ 解 説 】

$\boxed{1}$

解答

(1) $\dfrac{M-m}{M+m}g$ (2) $\dfrac{4mM}{M+m}$ (3) $\dfrac{M}{M+2m}g$

(4) $\dfrac{16mM}{M+2m}g$ (5) $\frac{m}{2(M-m)}v$

解説

(1) 下向きを正とし、A,B,C の加速度をそれぞれ a_A, a_B, a_C とする。
いま、物体 A が静止しているので、滑車 2 は定滑車と見做してよく、$a_B = -a_C$ である。また、滑車 2 にかかっているひもの張力を T として運動方程式を立てると、

$$Ma_B = Mg - T$$
$$ma_C = mg - T$$

である。これと $a_B = -a_C$ より、$a_B = \dfrac{M-m}{M+m}g$ である。

(2) 前問で T を求めると、$T = \dfrac{2mM}{M+m}g$ である。滑車 2 における力のつり合いより、滑車 1 にかかるひもの張力は $2T$ であることがわかるので、物体 A の力のつり合いを考えると、$m_A = 2T/g = \dfrac{4mM}{M+m}$ であるとわかる。

(3) 滑車 2 の (下向き正とした) 加速度は $\dfrac{a_B + a_C}{2}$ である。よって、滑車の束縛条件は $2a_A = -(a_B + a_C)$ である。
各物体について運動方程式を立てると、

$$4Ma_A = 4Mg - 2T$$
$$Ma_B = Mg - T$$
$$ma_C = mg - T$$

である。これらと束縛条件を解けば、$a_A = \dfrac{M}{M+2m}g$ である。

(4) 前問で T を求めれば、$T = \dfrac{4mM}{M+2m}g$ である。滑車 1 についての力のつり合いを考えると (滑車 1 にかかるひもの張力が $2T$ であることから)、滑車 1 をつるすひもの張力は $4T = \dfrac{16mM}{M+2m}g$ である。

(5) $a_B = \dfrac{M-2m}{M+2m}g$ であり、$a_C = -\dfrac{3M-2m}{M+2m}g$ である。よって、物体 B に対する物体 C の相対加速度の大きさは $|a_C - a_B| = \dfrac{4(M-m)}{2m+M}$ である。また、物体 A に対する物体 B の相対加速度の大きさは $|a_B - a_A| = \dfrac{2m}{M+2m}g$ である。よって、相対加速度の比と相対速度の比は (初速がいずれも 0 であるため) 一致することより、

$$|v_B - v_A| = \left|\frac{a_B - a_A}{a_C - a_B}(v_C - v_B)\right| = \frac{m}{2(M-m)}v$$

である。

$\boxed{2}$

解答

(1) $-\dfrac{3kQ}{r}+\dfrac{kQ}{3a}$〔V〕 (2) $\dfrac{2kQ}{aR}$〔A〕 (3) $3Q$〔C〕

(4) $\dfrac{3kQ^2}{a}$〔J〕 (5) 0〔V〕

解説

(1) 以下、単位は省略する。A,B 合わせて $-2Q$ の電荷を持つため、$r > 3a$ での電位は無限遠方を基準として $-\dfrac{2kQ}{r}$ となる。$a < r < 3a$ では、外側の電荷は (定数分の違いを除いて) 関係なく、ある定数 V_0 を用いて $V = -\dfrac{3kQ}{r}+V_0$ と書ける。ここで、$r = 3a$ で電位が連続的であるという境界条件を用いれば、$-\dfrac{3kQ}{3a}+V_0 = -\dfrac{2kQ}{3a}$ となり、結局求める電位は $-\dfrac{3kQ}{r}+\dfrac{kQ}{3a}$ となる。

(2) スイッチ S_1 を閉じた直後の A,B の電位はそれぞれ $V_A = -\dfrac{8kQ}{3a}, V_B = -\dfrac{2kQ}{3a}$ である。よって、電位差の大きさは $\dfrac{2kQ}{a}$ であり、これが抵抗にかかる電圧となるので、求める電流の大きさは $\dfrac{2kQ}{aR}$ である。

(3) A,B の電位差がなくなるまで電荷の移動は続く。A,B の電位差がないということは、AB 間に電場が発生しないということであるから、ガウスの法則より A の電荷が 0 ということに等しい。元々 A には $-3Q$ の電荷があったわけだから、抵抗を通過した電気量の大きさは $3Q$ である。

(4) スイッチ S_1 を開く前の系は、電位差 $V = \dfrac{2kQ}{a}$ で電荷 $3Q$ のコンデンサーと見做すことができ、このコンデンサーに蓄えられたエネルギーが抵抗で消費されたと考えることができる。よって、求めるエネルギーは $\dfrac{1}{2}\cdot 3Q\cdot V = \dfrac{3kQ^2}{a}$ である。

(5) スイッチ S_2 を閉じると、B の電位は 0 となる。A の電荷が 0 であることから、AB 間に電場はなく、A と B の電位は一致するので、求める電位は 0 である。

$\boxed{3}$

解答

(1) ア (2) エ (3) オ (4) カ (5) エ

解説

(1) 屈折の法則により、ガラス中の光の波長を λ' とすると、$\dfrac{\lambda'}{\lambda} = \dfrac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$ であるので、$\lambda' = \dfrac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\lambda$ である。

(2) 空気層のガラス板に対する入射角は θ_1 である。よって、RS 間の距離は $\dfrac{d}{\cos\theta_1}$ となる。

(3) S から直線 AR に下ろした垂線の足を T、S を通りガラス板に垂直な直線と直線 AR の交点を U とする。直角三角形 STU を考えると、求める経路差は TU の長さに等しい。また、$\angle\mathrm{SUT} = \theta_1$ であること、および SU の長さが $2d$ であることを用いれば、求める経路差は $2d\cos\theta_1$ である。

(4) S の反射では位相が変わらず、R の反射では位相が π ずれるため、前問の経路差が波長の半整数倍であれば強め合う。よって、求める条件は $2d\sin\theta_1 = \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$ である。

(5) n がガラスの屈折率より大きいことから、S の反射では位相が π ずれ、R の反射では位相が変わらない。また、空気層での入射角を θ_3 とすると、$\sin\theta_3 = \sin\theta_1/n$ となり、2 つの光の光路差は $2nd\cos\theta_3 = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}$ となる。この光路差が波長の半整数倍であれば強め合うので、求める条件は $2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1} = \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$ となる。

$\boxed{4}$

解答

(1) ウ　(2) イ　(3) オ　(4) ア　(5) エ

解説

(1) 光子の運動量の大きさは $h\nu/c$ である。x 成分はこの v_x/c 倍であるから、求める運動量の x 成分は $\dfrac{h\nu v_x}{c^2}$ である。

(2) 光子が面 S にぶつかると、運動量の x 成分は $\dfrac{h\nu v_x}{c^2}$ から $-\dfrac{h\nu v_x}{c^2}$ に変化するので、壁に与えられる力積は $\dfrac{2h\nu|v_x|}{c^2}$ である。また、一個の光子は (容器内を一往復するのに $2L$ だけかかることから) 時間 $\dfrac{2L}{|v_x|}$ に一回の頻度で面 S にぶつかる。よって、時間平均した力の大きさは、

$$\frac{2h\nu|v_x|}{c^2}\cdot\frac{|v_x|}{2L}=\frac{h\nu v_x^2}{c^2L}$$

である。

(3) まず、速度の二乗平均が一致するという条件から、平均を考えたとき $v_x^2+v_y^2+v_z^2=3v_x^2=c^2$ であるとしてよい。これより、N 個の光子による圧力は

$$p=\frac{Nh\nu v_x^2}{c^2L}\cdot\frac{1}{L^2}=\frac{Nh\nu}{3L^3}$$

となる。

一方、全体のエネルギーは $Nh\nu$ であり、単位体積当たりのエネルギーは $u=Nh\nu/L^3$ である。よって、$p=\dfrac{1}{3}u$ である。

(4) 一辺の長さを ΔL だけ変化させたときに気体が外部にする仕事は、$\Delta L/L$ の二次以上は無視してよいことから、p は一定で、変化させる辺以外の辺の長さは L であると見做してよく、$pL^2\Delta L$ としてよい。よって、エネルギーの減少は

$$\Delta U=3pL^2\Delta L=Nh\nu\frac{\Delta L}{L}$$

である。よって、体積当たりのエネルギーは

$$\frac{uL^3-\Delta U}{(L+\Delta L)^3}\fallingdotseq\frac{Nh\nu}{L^3}\left(1-\frac{\Delta L}{L}\right)\left(1-3\frac{\Delta L}{L}\right)\fallingdotseq\frac{Nh\nu}{L^3}\left(1-4\frac{\Delta L}{L}\right)$$

となり、求める変化量は $-4\dfrac{Nh\nu\Delta L}{L^4}$ である。