解答速報 数学

医学部受験専門予備校 慧修会

2021 年度　日本大学（A 方式）

【　講　評　】

例年通り大問 5 題で出題された．[１]，[２] はやや易～標準レベルの小問集合で，[１] (3)で命題の真偽判定が出題された点が目新しかった．また，(2)の期待値は出題範囲外であるため，何らかの措置がとられると思われる．[３] は数学Ⅲの微分法・積分法，[４] は数学Ⅱの微分法・積分法で，どちらも極値を調べてグラフの概形を把握し，面積を求める典型問題である．どちらも(3)の計算でつまずくかどうかがポイントとなる．[５] は図形と無限等比級数に関する問題で，初項と公比をつかむことさえできれば容易に答えを求めることができるが，このタイプの問題が苦手な受験生も多いため，出来が分かれる問題である．全体的には昨年同様の難易度で，解きやすい問題が多かったが，試験時間が短く全てを解き切ることは難しいので，7 割～7 割 5 分を得点したい．

【　解　答　】

[１] 小問集合【やや易】

$\boxed{1}$: 2,　$\boxed{2}$: 1,　$\boxed{3}$: 7,　$\boxed{4}$: 8,　$\boxed{5}$: 2,　$\boxed{6}$: 9,　$\boxed{7}$: 1　$\boxed{8}$: 1,

$\boxed{9}$: 4,　$\boxed{10}$: ⑧　$\boxed{11}$: 2,　$\boxed{12}$: 9,　$\boxed{13}$: 9,　$\boxed{14}$: 4,　$\boxed{15}$: 3,　$\boxed{16}$: 5

[２] 小問集合【やや易】

$\boxed{17}$: 2,　$\boxed{18}$: 5,　$\boxed{19}$: 3,　$\boxed{20}$: 5,　$\boxed{21}$: 8,　$\boxed{22}$: 2,　$\boxed{23}$: 2,　$\boxed{24}$: 2,

$\boxed{25}$: 3,　$\boxed{26}$: 2,　$\boxed{27}$: 2,　$\boxed{28}$: 5,　$\boxed{29}$: 1,　$\boxed{30}$: 8,　$\boxed{31}$: 2,　$\boxed{32}$: 5,

$\boxed{33}$: 2,　$\boxed{34}$: 6,　$\boxed{35}$: 3,　$\boxed{36}$: 6,　$\boxed{37}$: 3,　$\boxed{38}$: 6,

[３] 微分法・積分法（数Ⅲ）【標準】

$\boxed{39}$: 2,　$\boxed{40}$: 2,　$\boxed{41}$: 2,　$\boxed{42}$: 3,　$\boxed{43}$: 2,　$\boxed{44}$: 3,　$\boxed{45}$: 2,　$\boxed{46}$: 2,

$\boxed{47}$: 3,　$\boxed{48}$: 4,　$\boxed{49}$: 2,　$\boxed{50}$: 2,　$\boxed{51}$: 1,　$\boxed{52}$: 1,　$\boxed{53}$: 2,　$\boxed{54}$: 1,

$\boxed{55}$: 2,　$\boxed{56}$: 1

[４] 微分法・積分法（数学Ⅱ）【標準】

(1)　$x=2$ のとき極大値 4,　(2)　$\frac{1}{4}(a^4-4a^2+27)$,　(3)　$a=-1+\sqrt{14}$,　$x=\frac{1+12\sqrt{14}}{15}$

[５] 数列の極限（数学Ⅲ）【標準】

(1)　$2-\sqrt{2}$,　(2)　$(\sqrt{2}+1)\pi$,　(3)　$\frac{1}{8}\{(2+5\sqrt{2})\pi-(8+4\sqrt{2})\}$

【 解 説 】

［1］

(1) $y=2(\log_{16}x)^2-\log_{16}x-2=2\left(\log_{16}x-\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{17}{8}$

$x>0$ のとき，$\log_{16}x$ はすべての実数をとる.

よって，$\log_{16}x=\dfrac{1}{4}$ のとき，すなわち $x=16^{\frac{1}{4}}=2$ のとき，最小値 $-\dfrac{17}{8}$ をとる.

(2) 同時に 2 個取り出したとき，2 個とも青玉を取り出す確率は $\dfrac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2}=\dfrac{10}{45}=\dfrac{2}{9}$

また，同時に 2 個取り出した場合にもらえる金額を X とすると，X のとり得る値とそのときの確率 $P(X)$ は，次の表のようになる.

X	20	60	100	110	150	200
$P(X)$	$\dfrac{{}_2C_2}{{}_{10}C_2}$	$\dfrac{{}_2C_1\cdot{}_5C_1}{{}_{10}C_2}$	$\dfrac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2}$	$\dfrac{{}_3C_1\cdot{}_2C_1}{{}_{10}C_2}$	$\dfrac{{}_3C_1\cdot{}_5C_1}{{}_{10}C_2}$	$\dfrac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}$

よって求める期待値は

$$\frac{20\cdot1+60\cdot10+100\cdot10+110\cdot6+150\cdot15+200\cdot3}{45}=114$$

参考 確率分布（数学 B）の知識を用いて，次のように答えを求めることもできる.

玉を 1 個取り出したときの期待値は $100\times\dfrac{3}{10}+10\times\dfrac{2}{10}+50\times\dfrac{5}{10}=57$

よって，玉を 2 個取り出したときの期待値は $57+57=114$

参考終わり

(3) (A) は $a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}$ のとき成り立たないから，偽である.

(B) は $a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$ のとき成り立たないから，偽である.

(C) は $a=0$，$b=\sqrt{2}$ のとき成り立たないから，偽である.

以上より，正しいものは ⑧ である.

(4) 四角形 ABCD は円に内接するから，

$\angle\mathrm{BAD}=\theta$ とおくと $\angle\mathrm{BCD}=180^\circ-\theta$

$\triangle\mathrm{ABD}$ と $\triangle\mathrm{BCD}$ に余弦定理を用いると

$$\cos\theta=\frac{\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2-\mathrm{BD}^2}{2\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}}=\frac{34-\mathrm{BD}^2}{2\cdot3\cdot5}\quad\cdots\cdots①$$

$$\cos(180^\circ-\theta)=\frac{\mathrm{CB}^2+\mathrm{CD}^2-\mathrm{BD}^2}{2\cdot\mathrm{CB}\cdot\mathrm{CD}}\qquad\therefore\ -\cos\theta=\frac{25-\mathrm{BD}^2}{2\cdot3\cdot4}\quad\cdots\cdots②$$

①＋② より $\dfrac{34-\mathrm{BD}^2}{2\cdot3\cdot5}+\dfrac{25-\mathrm{BD}^2}{2\cdot3\cdot4}=0$

$$4(34-\mathrm{BD}^2)+5(25-\mathrm{BD}^2)=0\qquad\therefore\ \mathrm{BD}^2=29$$

$\mathrm{BD}>0$ であるから $\mathrm{BD}=\sqrt{29}$

このとき ① より　　$\cos\theta = \dfrac{34-29}{2\cdot 3\cdot 5} = \dfrac{1}{6}$

$0 < \theta < 180^\circ$ であるから　　$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{1-\dfrac{1}{36}} = \dfrac{\sqrt{35}}{6}$

よって，四角形 ABCD の面積は

$$\triangle ABD + \triangle BCD = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot AD\cdot \sin\theta + \frac{1}{2}\cdot CB\cdot CD\cdot \sin(180^\circ - \theta)$$

$$= \frac{1}{2}(3\cdot 5 + 3\cdot 4)\cdot\frac{\sqrt{35}}{6} = \frac{9\sqrt{35}}{4}$$

$\boxed{\text{参考}}$

円に内接する四角形 ABCD の面積は，$s = \dfrac{AB+BC+CD+DA}{2}$ とすると

$$\sqrt{(s-AB)(s-BC)(s-CD)(s-DA)}$$

と表される（ブラーマグプタの公式）．

本問でこれを用いると $s = \dfrac{3+3+4+5}{2} = \dfrac{15}{2}$ であり，四角形 ABCD の面積は

$$\sqrt{\left(\frac{15}{2}-3\right)\left(\frac{15}{2}-3\right)\left(\frac{15}{2}-4\right)\left(\frac{15}{2}-5\right)} = \sqrt{\frac{9}{2}\cdot\frac{9}{2}\cdot\frac{7}{2}\cdot\frac{5}{2}} = \frac{9}{4}\sqrt{35}$$

となる．

$\boxed{\text{参考}}$終わり

［２］

(1)　$a_1 \fallingdotseq 0$ であり，$a_n \fallingdotseq 0$ とすると $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{6a_n+5} \fallingdotseq 0$ であるから，すべての自然数 n について $a_n \fallingdotseq 0$ である．

両辺の逆数をとると　$\dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{6a_n+5}{a_n}=5\cdot\dfrac{1}{a_n}+6$

$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくと　$b_{n+1}=5b_n+6$，$b_1=\dfrac{1}{a_1}=1$

この漸化式を変形すると　$b_{n+1}+\dfrac{3}{2}=5\left(b_n+\dfrac{3}{2}\right)$

数列 $\left\{b_n+\dfrac{3}{2}\right\}$ は等比数列であるから，　$b_n+\dfrac{3}{2}=\left(b_1+\dfrac{3}{2}\right)\cdot 5^{n-1}=\dfrac{1}{2}\cdot 5^n$

よって　$b_n=\dfrac{1}{2}\cdot 5^n-\dfrac{3}{2}=\dfrac{5^n-3}{2}$

$a_n=\dfrac{1}{b_n}$ であるから　$\boldsymbol{a_n=\dfrac{2}{5^n-3}}$

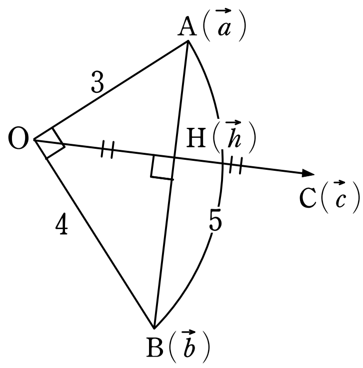
(2)　$y=4\sin x\cos x+4\cos^2 x=4\cdot\dfrac{1}{2}\sin 2x+4\cdot\dfrac{1}{2}(1+\cos 2x)$

$=2(\sin 2x+\cos 2x)+2=2\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)+2$

$0\leqq x\leqq \pi$ より　$\dfrac{\pi}{4}\leqq 2x+\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{9}{4}\pi$

よって，$2x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3}{2}\pi$，つまり $\boldsymbol{x=\dfrac{5}{8}\pi}$ のとき，最小値 $\boldsymbol{2-2\sqrt{2}}$ をとる．

(3)　$\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ とし，O から AB へ下ろした垂線の足を $\mathrm{H}(\vec{h})$ とする．



△AHO∽△AOB であるから

　AO：AH＝AB：AO＝5：3

よって　$\mathrm{AH}=\dfrac{3}{5}\mathrm{AO}=\dfrac{9}{5}$

また，△BHO∽△BOAであるから

　BO：BH＝BA：BO＝5：4

よって　$\mathrm{BH}=\dfrac{4}{5}\mathrm{BO}=\dfrac{16}{5}$

したがって，$\mathrm{AH}:\mathrm{BH}=\dfrac{9}{5}:\dfrac{16}{5}=9:16$ であるから　$\vec{h}=\dfrac{16\vec{a}+9\vec{b}}{25}$

H は OC の中点であるから　$\vec{c}=2\vec{h}=\boldsymbol{\dfrac{32}{25}\vec{a}+\dfrac{18}{25}\vec{b}}$

$\boxed{\text{別解}}$　ベクトル方程式と内積を用いて，次のように求めてもよい.

H は AB 上の点であるから，実数 t を用いて　$\vec{h}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$　とおける.

$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ であるから　　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$

よって　　$\{(1-t)\vec{a}+t\vec{b}\}\cdot(\vec{b}-\vec{a})=0$

$$(t-1)|\vec{a}|^2+(1-2t)\vec{a}\cdot\vec{b}+t|\vec{b}|^2=0$$

$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ であるから

$$9(t-1)+16t=0 \qquad \therefore \quad t=\frac{9}{25}$$

よって　　$\vec{h}=\left(1-\dfrac{9}{25}\right)\vec{a}+\dfrac{9}{25}\vec{b}=\dfrac{16}{25}\vec{a}+\dfrac{9}{25}\vec{b}$

H は OC の中点であるから　　$\vec{c}=2\vec{h}=\dfrac{32}{25}\vec{a}+\dfrac{18}{25}\vec{b}$

$\boxed{\text{別解}}$終わり

(4)　$y=\sqrt{2x+3}$ より　　$2x+3\geqq 0$　　　$\therefore$　$x\geqq -\dfrac{3}{2}$　……①

これと $y=\dfrac{1}{3}x+1$ を連立させると　　$\sqrt{2x+3}=\dfrac{1}{3}x+1$

$\dfrac{1}{3}x+1\geqq 0$，つまり $x\geqq -3$ ……② のとき，両辺を 2 乗すると

$$9(2x+3)=(x+3)^2$$
$$x^2-12x-18=0$$
$$\therefore \quad x=6\pm 3\sqrt{6}$$

これらは ①，② を満たすから，共有点は **2** 個である.

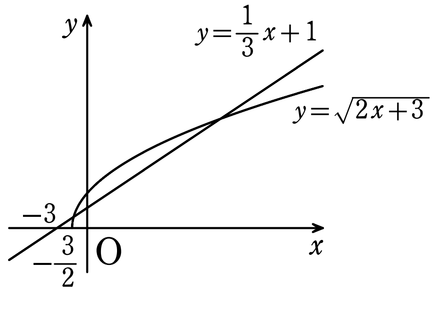
また，$x=6-3\sqrt{6}<0$ のとき　　$y=\dfrac{1}{3}(6-3\sqrt{6})+1=3-\sqrt{6}$

したがって，$x<0$ となる共有点は　　$\mathbf{(6-3\sqrt{6},\ 3-\sqrt{6})}$

$\boxed{\text{補足}}$　共有点の個数は，図から把握することもできる.

$y=\sqrt{2x+3}$ と $y=\dfrac{1}{3}x+1$ のグラフを図示すると，

これらの x 切片，y 切片の大小と，$y=\sqrt{2x+3}$ のグラフが上に凸であることから，共有点を 2 つもつことがわかる.



$\boxed{\text{補足}}$終わり

［３］

(1)　$f(x)=x\sin x+\cos x-1$ より

$$f'(x)=\sin x+x\cos x-\sin x=x\cos x$$

よって，$0\leqq x\leqq 2\pi$ における $f(x)$ の増減は次のようになる．

x	0		$\dfrac{\pi}{2}$		$\dfrac{3}{2}\pi$		2π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗	

$f(0)=f(2\pi)=0$ であるから，

$$x=\frac{\pi}{2}\ \text{のとき，最大値}\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi-2}{2}，\quad x=\frac{3}{2}\pi\ \text{のとき，最小値}\ f\left(\frac{3}{2}\pi\right)=-\frac{3\pi+2}{2}$$

をとる．

(2)　$\mathrm{A}\left(\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi-2}{2}\right)$，$\mathrm{B}\left(\dfrac{3}{2}\pi,\ -\dfrac{3\pi+2}{2}\right)$ であるから，三角形 AOB の面積は

$$\frac{1}{2}\left|\frac{\pi}{2}\cdot\left(-\frac{3\pi+2}{2}\right)-\left(\frac{\pi-2}{2}\right)\cdot\frac{3}{2}\pi\right|=\frac{3}{4}\pi^2-\frac{\pi}{2}$$

(3)　$x=\alpha\ \left(\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi\right)$ は $f(x)=0$ の解であるから

$$\alpha\sin\alpha+\cos\alpha-1=0 \qquad \therefore\quad \cos\alpha=1-\alpha\sin\alpha \quad \cdots\cdots①$$

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ が成り立つから，① より

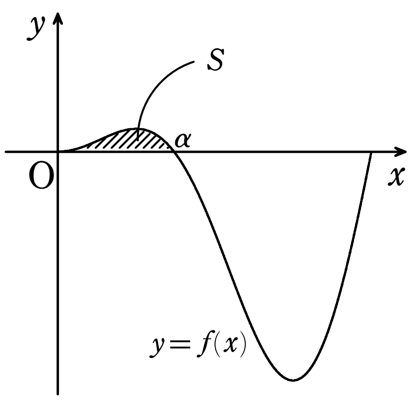
$$\sin^2\alpha+(1-\alpha\sin\alpha)^2=1 \qquad \therefore\quad (\alpha^2+1)\sin^2\alpha-2\alpha\sin\alpha=0$$

$\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ より $\sin\alpha\neq 0$ であるから

$$(\alpha^2+1)\sin\alpha-2\alpha=0 \qquad \therefore\quad \sin\alpha=\frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$$

これを ① に代入すると　$\cos\alpha=1-\alpha\cdot\dfrac{2\alpha}{\alpha^2+1}=1-\dfrac{2(\alpha^2+1)-2}{\alpha^2+1}=-1+\dfrac{2}{\alpha^2+1}$

このとき，曲線の一部 $y=f(x)\ (0\leqq x\leqq\alpha)$ と x 軸とで囲まれる部分の面積を S とすると



$$S=\int_0^\alpha f(x)\,dx$$

ここで

$$\int x\sin x\,dx=-x\cos x+\int\cos x\,dx$$
$$=-x\cos x+\sin x+C$$

(C は積分定数)

であるから

$$S=\Big[-x\cos x+2\sin x-x\Big]_0^\alpha=-\alpha\cos\alpha+2\sin\alpha-\alpha$$

$$=-\alpha\left(-1+\frac{2}{\alpha^2+1}\right)+2\cdot\frac{2\alpha}{\alpha^2+1}-\alpha=\frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$$

［4］

(1)　$f(x)=-x^2(x-3)=-x^3+3x^2$ より　　$f'(x)=-3x^2+6x=-3x(x-2)$

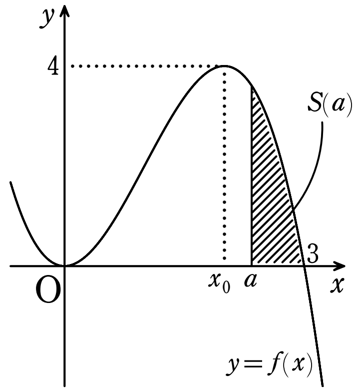
よって，$f(x)$ の増減は次のようになる．

x		0		2	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘		↗		↘

したがって，$x=2$ のとき，極大値 $f(2)=4$ をとる．

(2)　(1) より $x_0=2$ であるから，$2<a<3$ である．

曲線の一部 $y=f(x)$ $(a\leqq x\leqq 3)$，直線 $x=a$ および x 軸で囲まれる部分の面積が $S(a)$ であるから



$$S(a)=\int_a^3(-x^3+3x^2)\,dx \quad \cdots\cdots①$$

$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+x^3\right]_a^3=-\frac{81}{4}+27+\frac{1}{4}a^4-a^3$$

$$=\frac{1}{4}(a^4-4a^3+27)$$

(3)　① より $S(3)=0$ であり，$S'(a)=a^3-3a^2$ であるから　　$S'(3)=0$

よって $S(a)$ は $(a-3)^2$ を因数にもつから，次のように変形できる．

$$S(a)=\frac{1}{4}(a^4-4a^3+27)=\frac{1}{4}(a-3)^2(a^2+2a+3)$$

$S(a)=4(a-3)^2$ となるとき　　$\dfrac{1}{4}(a-3)^2(a^2+2a+3)=4(a-3)^2$

$$(a-3)^2(a^2+2a-13)=0$$

$a\neq 3$ であるから　　$a^2+2a-13=0$　$\cdots\cdots②$　　　$\therefore$　$a=-1\pm\sqrt{14}$

$2<a<3$ であるから　　$a=-1+\sqrt{14}$

直線 ℓ の方程式は　　$y=(-3a^2+6a)(x-a)-a^3+3a^2=(-3a^2+6a)x+2a^3-3a^2$

$2<a<3$ より $-3a^2+6a\neq 0$ であるから，$y=0$ のとき，

$$x=\frac{2a^3-3a^2}{3a^2-6a}=\frac{2a^2-3a}{3(a-2)}=\frac{2(a^2+2a-13)-7a+26}{3(a-2)}$$

② を用いると　　$x=\dfrac{2(a^2+2a-13)-7a+26}{3(a-2)}=\dfrac{-7a+26}{3(a-2)}$

$a=-1+\sqrt{14}$ を代入すると　　$x=\dfrac{33-7\sqrt{14}}{3(\sqrt{14}-3)}=\dfrac{1+12\sqrt{14}}{15}$

補足

直線 ℓ の x 切片を求めるときは

$$x=\frac{2a^2-3a}{3(a-2)}=\frac{(a-2)(2a+1)+2}{3(a-2)}=\frac{1}{3}\left(2a+1+\frac{2}{a-2}\right)$$

と変形してもよい．また，式変形せずに $a=-1+\sqrt{14}$ を代入してもよい．

補足終わり

［5］

(1)　$C_1Q=r_1$ であるから，$\triangle C_0C_1Q$ に余弦定理を用いると，

$$r_1{}^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cdot\cos\frac{\pi}{4}=2-\sqrt{2}$$

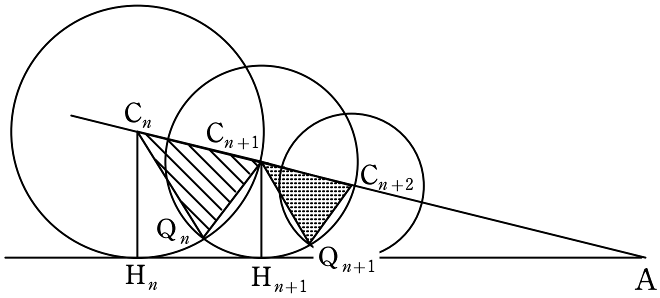
(2)　円 C_n の中心 C_n から，x 軸へ下ろした垂線の足を H_n とする．また，円 C_n と円 C_{n+1} の交点のうち，y 座標が小さい方を Q_n (ただし，$Q_0=Q$) とする．

$\triangle AC_nH_n\backsim\triangle AC_{n+1}H_{n+1}$ が成り立つから，$C_nH_n : C_{n+1}H_{n+1}=r_n : r_{n+1}$ は一定である．

このことから，$\triangle C_nC_{n+1}Q_n$ と $\triangle C_{n+1}C_{n+2}Q_{n+1}$ の

3 辺の比が等しいから

$$\triangle C_nC_{n+1}Q_n\backsim\triangle C_{n+1}C_{n+2}Q_{n+1}$$



よって　　$\angle C_{n+1}C_nQ_n=\dfrac{\pi}{4}$

$\triangle C_nC_{n+1}Q_n$ に余弦定理を用いると

$$r_{n+1}{}^2=r_n{}^2+r_n{}^2-2\cdot r_n\cdot r_n\cdot\cos\frac{\pi}{4}$$

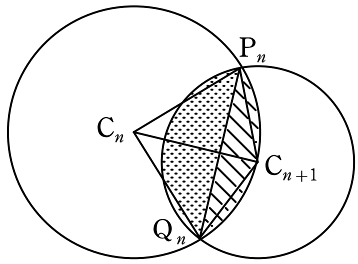
$$\therefore\quad r_{n+1}{}^2=(2-\sqrt{2})r_n{}^2$$

数列 $\{r_n{}^2\}$ は等比数列であり，公比について $0<2-\sqrt{2}<1$ であるから，無限級数は収束する．

$r_0=1$ であるから，求める和は

$$\sum_{n=0}^{\infty}\pi r_n{}^2=\pi\cdot\frac{1}{1-(2-\sqrt{2})}=\frac{\pi}{\sqrt{2}-1}=(\sqrt{2}+1)\pi$$

(3)　2 円 C_n，C_{n+1} の交点のうち，Q_n でない方を P_n とすると



$$\angle P_nC_nQ_n=2\times\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

また，$\triangle C_nQ_nC_{n+1}$ に注目すると，$C_nQ_n=C_nC_{n+1}$ より

$$\angle Q_nC_{n+1}C_n=\frac{1}{2}\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{8}\pi$$

$$\therefore\quad\angle P_nC_{n+1}Q_n=2\times\frac{3}{8}\pi=\frac{3}{4}\pi$$

よって　　$E_n=(\text{扇形}C_nP_nQ_n-\triangle C_nP_nQ_n)+(\text{扇形}C_{n+1}P_nQ_n-\triangle C_{n+1}P_nQ_n)$

$$=\frac{1}{2}\cdot r_n{}^2\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\cdot r_n{}^2+\frac{1}{2}\cdot r_{n+1}{}^2\cdot\frac{3}{4}\pi-\frac{1}{2}\cdot r_{n+1}{}^2\cdot\sin\frac{3}{4}\pi$$

$$=\frac{1}{4}(\pi-2)r_n{}^2+\frac{1}{8}(3\pi-2\sqrt{2})r_{n+1}{}^2$$

$r_{n+1}{}^2=(2-\sqrt{2})r_n{}^2$ であるから

$$E_n=\frac{1}{4}(\pi-2)r_n{}^2+\frac{1}{8}(3\pi-2\sqrt{2})\cdot(2-\sqrt{2})r_n{}^2=\frac{1}{8}\{(8-3\sqrt{2})\pi-4\sqrt{2}\}r_n{}^2$$

したがって，(2) より数列 $\{r_n{}^2\}$ の無限等比級数は収束するから

$$\sum_{n=0}^{\infty}E_n=\frac{1}{8}\{(8-3\sqrt{2})\pi-4\sqrt{2}\}\sum_{n=0}^{\infty}r_n{}^2=\frac{1}{8}\{(8-3\sqrt{2})\pi-4\sqrt{2}\}\cdot\frac{1}{1-(2-\sqrt{2})}$$

$$=\frac{1}{8}\{(8-3\sqrt{2})\pi-4\sqrt{2}\}\cdot(\sqrt{2}+1)=\frac{1}{8}\{(2+5\sqrt{2})\pi-(8+4\sqrt{2})\}$$

$\boxed{\text{補足}}$

一般に，同じ操作の繰り返しによって作られる図形の辺の長さや面積は等比数列になる．
したがって，穴埋め形式の問題であれば，$r_n{}^2$ や E_n を求めなくても，初項と公比さえ求めてしまえば，

(2)　初項 $r_0{}^2=1$，公比 $2-\sqrt{2}$ より

$$\sum_{n=0}^{\infty}\pi r_n{}^2=\frac{1}{1-(2-\sqrt{2})}\pi=(\sqrt{2}+1)\pi$$

(3)　初項 $E_0=\dfrac{(8-3\sqrt{2})\pi-4\sqrt{2}}{8}$，公比 $2-\sqrt{2}$ より

$$\sum_{n=0}^{\infty}E_n=\frac{(8-3\sqrt{2})\pi-4\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{1-(2-\sqrt{2})}=\frac{1}{8}\{(2+5\sqrt{2})\pi-(8+4\sqrt{2})\}$$

と和を求めることができる．

$\boxed{\text{補足}}$終わり