解答速報 物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2021 年度　東海大学　２日目

【 講 評 】

1 日目と同じく、昨年よりやや難化している。$\boxed{2}$、$\boxed{3}$を素早く完答し、$\boxed{1}$、$\boxed{4}$に時間をかけたい。典型的でない設定の問題もあるが、状況や条件を整理すれば処理自体は標準的であることに気付くはずであるため、合格点は 6 割程度と思われる。物理の学力には、公式を書き下したり素早く処理したりする能力だけではなく、文章から物理的な現象を読み取り簡潔に整理する能力も含まれる。

$\boxed{1}$は単振動と衝突の問題。(3) までは単なる一体の単振動の問題であり、時間をかけずに解答したい。後半はやや見慣れない設定で戸惑った受験生も多かっただろう。解説のように、弾性衝突や単振動の性質にうまく着目すると処理時間は殆ど不要である。求めたいものをきちんと見据え、それに向けて必要最小限の立式を行う練習が必要である。

$\boxed{2}$は電場と磁場による荷電粒子の運動の問題。すべての量をまともに計算すると時間がかかる。解説のように、一定である物理量と変化する物理量を見極め、比に着目して処理すると無駄がない。こういったパラメータを変化させる問題は、電磁気学や熱力学で頻出であるが、比をうまく使って処理できるかで処理時間が大きく変わる。

$\boxed{3}$は音波とその干渉の問題。圧力のグラフに慣れていない受験生もいたかもしれないが、うまく変位に読み替えて解けば難しくない。そのほかの問題については標準的であり、落とせない。

$\boxed{4}$は放射性崩壊の問題。処理自体は難しくないが、問題文をきちんと読み取りつつ内容を整理する必要がある。長い文章の問題を解き抜く練習が必要である。

【 解 答 ・ 解 説 】

$\boxed{1}$

解答

(1) $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　(2) 0　(3) a

(4) $\left(1+\dfrac{2l}{2a-l}\right)m$　(5) $\left(1-\dfrac{2r}{\sin r}\right)m$

解説

(1) 小球の運動方程式は、加速度 α として $m\alpha=-kx$ となることから、この小球の単振動の角速度は $\omega=\sqrt{k/m}$ となる。よって、周期は

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

である。

(2) 小物体が固定されており、反発係数 1 ではねかえるので、衝突により小球の速度は絶対値を保ちつつ符号を反転する。よって、$x=-2a$ から $x=b$ の運動にかかる時間の 2 倍の時間が周期となる。

よって、周期を $T/2$ にするには、$x=-2a\to b$ の時間が $T/4$ であればよい。振動の端から振動中心までにかかる時間は $T/4$ であるので、$b=0$ である。

(3) 周期を $2T/3$ にするには、$x=-2a\to b$ の時間が $T/3$ であればよい。よって、

$$b=-2a\cos\left(2\pi\frac{T/3}{T}\right)=a$$

である。

(4) 衝突直前の小球の速度は $2a\omega$ である。

$m<M$ であり、弾性衝突であるから、衝突後小球は x 負方向に運動する。また、衝突後の振幅が l となることから、衝突直後の小球の速度は $-l\omega$ である。

弾性衝突であることから、相対速度の大きさは衝突前後で保存されるので、小物体の衝突直後の速度は $2a\omega-l\omega$ である。

以上のことと運動量保存則により、

$$m\cdot 2a\omega=M(2a\omega-l\omega)+m\cdot(-l\omega)$$

となり、これを解くと、

$$M=\left(1+\frac{2l}{2a-l}\right)m$$

を得る。

(5) 衝突時の時刻を $t=0$ とすると、衝突後の小球の変位は $x=-l\sin\omega t$ であり、小物体の変位は $x=(2a\omega-l\omega)t$ である。これらが再衝突するとき、ある時刻 t' でこれらの変位が一致する。問題文の図 2 を参照すると、このような t' が存在する必要十分条件は、$\omega t'=r$ として、

$$(2a-l)r<-l\sin r$$

であることがわかる。この条件を (4) を用いて変形すると、

$$M=\left(1+\frac{2l}{2a-l}\right)m<\left(1-\frac{2r}{\sin r}\right)m$$

となることから、この最右辺が M^* である。

$\boxed{2}$

解答

(1) $v=\sqrt{\dfrac{qVR}{md}}$　(2) $\dfrac{1}{r}\sqrt{\dfrac{mVR}{dq}}$　(3) $r\sqrt{\dfrac{M}{m}}$

(4) $\dfrac{2(R+4r)}{R+2r}$　(5) $\dfrac{V}{2}$

解説

(1) 平行板コンデンサー中の電場は一様と見なせるため、その大きさは V/d である。よって、電場による力の大きさは qV/d となる。分子の速さ v とすると、円運動の運動方程式は $mv^2/R=qV/d$ となるので、これにより

$$v=\sqrt{\frac{qVR}{md}}$$

を得る。

(2) (ウ) の磁束密度の大きさ B とすると、分子は運動方向と垂直に qvB の力を受けるので、等速円運動を行う。その運動方程式は

$$\frac{mv^2}{r}=qvB$$

となるため、求める磁束密度は

$$B=\frac{mv}{qr}=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{mVR}{dq}}$$

である。

(3) V および B が一定のとき、(1) より $v\propto 1/\sqrt{m}$ であり、これと (2) より (ウ) での半径は $mv\propto\sqrt{m}$ に比例する。よって、r は (2) の場合と比べて $\sqrt{M/m}$ 倍となるので、求める半径は

$$r\sqrt{\frac{M}{m}}$$

である。

(4) (ア) から (エ) までの時間は、分子の速さ v と (ウ) での半径 r を用いて、$\dfrac{\pi R}{2v}+\dfrac{\pi r}{v}\propto\dfrac{R+2r}{v}$ となる。これと $v\propto 1/\sqrt{m}$ および $r\propto\sqrt{m}$ より、求める比は、

$$\frac{(R+2r\cdot\sqrt{4})/(v/\sqrt{4})}{(R+2r)/v}=\frac{2(R+4r)}{R+2r}$$

となる。

(5) (ウ) での半径は $mv\propto\sqrt{mV}$ に比例するので、半径が一定の時、mV は一定。よって、質量が 2 倍になると、V は 1/2 倍になるので、求める電位差は $\dfrac{V}{2}$ である。

$\boxed{3}$

解答

(1) ア　(2) ウ　(3) エ　(4) オ　(5) オ

解説

(1) 圧力のグラフより、x_1 で密、x_5 で疎であるので、この音波の変位は、x_3 で最小、x_7 で最大となるような正弦波となることがわかる。また、この音波は x 正方向に伝わるので、速度が最大となるのは、x に対する変位のグラフの傾きが負で最大となるところである。これにより、音波の速度が最大となるのは x_1 の位置である。

(2) t_1 の時点では、変位は 0 であり、ここから時間が経過すると変位が大きくなっていく。よって、変位最大の時刻は t_3 である。

(3) 空気の圧力が等しくなる点は、定常波の腹である。定常波の腹の間隔は元の波の波長の半分である。よって、元の音波の波長は $\lambda = v/f$ であることから、求める間隔は $\dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{v}{2f}$ である。

(4) 原点での波形が $A \sin 2\pi ft$ であるため、そこから波の進行方向に距離 L だけ離れた点 R では、位相が $-2\pi L/\lambda$ だけずれる。これより、

$$\theta = \frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{2\pi f L}{v}$$

である。

(5) 位置 x、時刻 t における合成波は、

$$A \sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{x}{v}\right)\right\} + A \sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{L' - x}{v}\right)\right\}$$

である。これに三角関数の和積公式を用いると、求める定常波の式は、

$$2A \sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{L'}{2v}\right)\right\} \cos\left\{2\pi f\left(\frac{x}{v} - \frac{L'}{2v}\right)\right\}$$

となる。

$\boxed{4}$

解答

(1) エ　(2) イ　(3) ア　(4) オ　(5) ウ

解説

(1) ${}^{59}_{27}\mathrm{Co}$ と ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ の質量比は 59 : 60 だから、10 mg の ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ に対応する ${}^{59}_{27}\mathrm{Co}$ は $10 \times 59/60 \fallingdotseq 9.83$ mg である。十分 ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ の量が小さいので、元の ${}^{59}_{27}\mathrm{Co}$ に対する生成された ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ の原子核の数の比はおよそ $9.83 \times 10^{-3}/100 = 9.83 \times 10^{-5}$ と近似できる。この比は、1 秒に 1.0×10^{-9} だけ増加するので、必要な照射時間は 9.8×10^{-4} s である。

(2) 問題文より、${}^{59}_{27}\mathrm{Co} \xrightarrow{-0.30\ \mathrm{MeV}} {}^{60}_{27}\mathrm{Co}_{\mathrm{A}} \xrightarrow{-E_\gamma(1)} {}^{60}_{27}\mathrm{Co}_{\mathrm{B}} \xrightarrow{-E_\gamma(2)} {}^{60}_{27}\mathrm{Co}_0$ という変化をする。また、${}^{60}_{27}\mathrm{Co}_B$ のエネルギーは ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}_0$ より 1.3 MeV 高いこと、および $0.30 + E_\gamma(1) + E_\gamma(2) = 2.8$ MeV であることが問題文よりわかるので、$E_\gamma(1) = 1.2$ MeV であり、$E_\gamma(2) = 1.3$ MeV である。

(3) 一回の β 崩壊に対し、γ 線は 2.5 MeV 放出されるので、体内に吸収されるエネルギーはそのうち 1 % で 0.025 MeV $= 4.0 \times 10^{-15}$ J である。よって、2.0 J の吸収に必要な β 崩壊の数は、$\dfrac{2.0}{4.0 \times 10^{-15}} = 5.0 \times 10^{14}$ である。

(4) 10 mg の ${}^{59}_{27}\mathrm{Co}$ の原子核数は、$\dfrac{10 \times 10^{-6}}{60 \times 1.7 \times 10^{-27}} \fallingdotseq 9.80 \times 10^{19}$ である。この原子核数は殆ど変化しないと近似すると、1 秒あたりの β 崩壊の数は、$(9.80 \times 10^{19}) \times (4.2 \times 10^{-9}) \fallingdotseq 4.12 \times 10^{11}$ である。よって、5.0×10^{14} の β 崩壊に必要な時間は、$\dfrac{5.0 \times 10^{14}}{4.12 \times 10^{11}} \fallingdotseq 1.2 \times 10^3$ s である。

(5) E'_γ は $\cos\phi = -1$ で最小となり、そのとき、

$$E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \frac{2E_\gamma/E_e}{1 + \dfrac{2E_\gamma}{E_e}}$$

となる。いま、$E_\gamma = 1.3$ MeV および $E_e = 0.50$ MeV を代入すると、エネルギー損失の E_γ に対する割合は、

$$\frac{2E_\gamma/E_e}{1 + \dfrac{2E_\gamma}{E_e}} \fallingdotseq 0.84 = 84\ \%$$

となる。