解答速報 物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2021年度 東京慈恵会医科大学

【 講 評 】

設定がやや見慣れないものの問われていることは平易であり、前年に比べてやや易化した。$\boxed{1}$の後半のみやや処理が重いが、それ以外は、問題の内容理解に時間をかけ、計算には時間をかけずに解答したい。正規合格ラインは 7.5 割程度か。

$\boxed{1}$は人体のモデル化としての連成振動の問題。モデル自体は非常に単純であり、前半は確実に解きたいが、状況が単なる自由落下であることに気づけないと泥沼。後半はやや計算が面倒。

$\boxed{2}$は落雷と細胞膜のモデル化としてのコンデンサーの問題。単なる平行板コンデンサーの問題であることがわかれば、内容、処理ともに平易。完答したい。

$\boxed{3}$は眼のモデルとしての光子と光学の問題。光子の物理量など、定義さえわかっていれば解ける問題も多い。計算量も無いに等しく、高得点を狙いたい。

【 解 答 ・ 解 説 】

$\boxed{1}$

解答

問 1 $m_1a_1 = -m_1g - k_1(z_1 - z_2 - l_1)$

$m_2a_2 = -m_2g + k_1(z_1 - z_2 - l_1) - k_2(z_2 - z_3 - l_2)$

$m_3a_3 = -m_3g + k_2(z_2 - z_3 - l_2)$

問 2 $z_G = \dfrac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

$a_G = -g$

問 3 $\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

問 4 いずれも $-\sqrt{2gh}$

問 5 $m_3\sqrt{2gh}$

問 6 $a = l_2 - \dfrac{m_1 + m_2}{k_2}g,\ \ b = l_1 - \dfrac{m_1}{k_1}g,\ \ c = \dfrac{k_1}{m_1},\ \ d = -\dfrac{k_1 + k_2}{m_2}$

問 7 $x_1 = \dfrac{m_1}{k_1}g + \dfrac{m_1 + m_2}{k_2}g,\ \ x_2 = \dfrac{m_1 + m_2}{k_2}g$

問 8 $\dfrac{k_2}{15m},\ \dfrac{2k_2}{15m}$

問 9 前問の順番で、それぞれ $-\dfrac{3}{2},\ 6$

解説

問 1 頭部と胸腹部をつなぐ物質の自然長からののびは $z_1 - z_2 - l_1$ であり、胸腹部と下半身を繋ぐ物質の自然長からののびは $z_2 - z_3 - l_2$ であることから、解答を得る。

問 2 重心の座標は、質量と位置 (ベクトル) の積を質量の和で割ったものであることから、x_G を得る。また、前問の 3 式の和を取ることで、a_G を得る。

問 3 初速 0 で自然長の状態から自由落下するため、どの物体も同じ加速度 $-g$ で自由落下を行い、下半身が床に着くまで弾性力は 0 のままである。よって、t_0 は高さ h にある速度 0 の物体が自由落下して床に着くまでの時間に他ならず、その時間は $t_0 = \sqrt{2h/g}$ である。

問 4 いずれも時間 t_0 だけ初速 0 から加速度 $-g$ で自由落下するため、速度は $-gt_0 = -\sqrt{2gh}$ である。

問 5 下半身は、床に着いた後静止する。よって、落下直前に持っていた運動量とちょうど打ち消し合うような力積を受けたことになる。落下直前の下半身の速度は前問と同様 $-\sqrt{2gh}$ であるから、運動量は $-m_3\sqrt{2gh}$ である。よって、受けた力積の大きさは $m_3\sqrt{2gh}$ である。

問 6 問題文の条件より、$z_1 = x_1 + (a + b),\ \ z_2 = x_2 + a$ であり、また、$z_3 = 0$ である。これを問 1 の運動方程式に代入すると、

$$a_1 = -\frac{k_1}{m_1}\left(x_1 - x_2 + b - \left(l_1 - \frac{m_1g}{k_1}\right)\right),$$
$$a_2 = \frac{k_1}{m_2}x_1 - \frac{k_1 + k_2}{m_2}x_2 - \frac{k_2}{m_2}\left(a - \left(l_2 + \frac{k_1}{k_2}(b - l_1) - \frac{m_2g}{k_2}\right)\right)$$

となることから、解答を得る。

問 7 $t = t_0$ では $z_1 = l_1 + l_2$ および $z_2 = l_2$ であること、および前問の値より解答を得る。

問 8 x が $x = 0$ を中心に単振動しているとき、加速度は $a = -\omega^2 x$ と表せることから、これらを加速度の式に代入すると、

$$-A\omega^2 = -c(A - B),$$
$$-B\omega^2 = \frac{k_1}{m_2}A + dB$$

となり、これらから A と B を消去すれば、$\omega^4 - (c - d)\omega^2 - c\left(d + \dfrac{k_1}{m_2}\right) = 0$ を得る。問題文の値を代入すると、$d = -3c/2$ および $k_1/m_2 = c/9$ より、$\omega^2 = 5c/6, 5c/3$ となる。これに $c = 2k_2/25m$ を代入すれば、解答を得る。(高校範囲外であるが、行列式の性質を用いると簡単に解答が求められる)

問 9 前問の ω^2 を加速度の式に代入すれば解答を得る。

$\boxed{2}$

解答

問 1　8.85×10^{-15} F/m^2

問 2　3.00×10^{9} V

問 3　39.8 J/m^3

問 4　1.52×10^{3} J/m^3　前問の値より 38 倍程度大きい。

解説

問 1　平行板コンデンサーの単位面積あたりの電気容量の大きさは、極板間距離を d として $\dfrac{\varepsilon_0}{d}$ となるので、求める単位面積あたりの電気容量は

$$\frac{8.85 \times 10^{-12}}{1.00 \times 10^{3}} = 8.85 \times 10^{-15}\ \mathrm{F/m^2}$$

となる。

問 2　電位差の大きさは、電場の大きさ E として dE と表せるので、求める電位差 V は

$$V = (1.0 \times 10^{3}) \times (3.00 \times 10^{6}) = 3.00 \times 10^{9}\ \mathrm{V}$$

となる。

問 3　コンデンサーの電気容量 C とすると、単位体積当たりの静電エネルギーは、

$$\frac{CV^2}{2Sd} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \times (8.85 \times 10^{-12}) \times (3.00 \times 10^{6})^2 \fallingdotseq 39.8\ \mathrm{J/m^3}$$

である。

問 4　前問と同様に考えれば、単位体積当たりの静電エネルギーは $\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$ であるとわかる。比誘電率が 7.0 であることから $\varepsilon = 7.0 \times \varepsilon_0$ であること、および電位差が 70 mV であり膜の厚さが 10 nm であることから電場の大きさが $\dfrac{70 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}} = 7.0 \times 10^{6}$ となることを考えれば、求める単位体積当たりの静電エネルギーは、

$$\frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2} \times 7.0 \times 8.85 \times 10^{12} \times \left(7.0 \times 10^{6}\right)^2 \fallingdotseq 1.52 \times 10^{3}\ \mathrm{J/m^3}$$

を得る。

$\boxed{3}$

解答

問 1　1.26×10^{-6} H/m

問 2　$\nu_0 = \dfrac{c_0}{\lambda_0},\ p_0 = \dfrac{h}{\lambda_0}$

問 3　$n = \dfrac{c_0}{c} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$

問 4　$\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n},\ \nu = \nu_0, p = np_0$

問 5　解説を参照

問 6　解説を参照

問 7　解説を参照

解説

問 1　真空中の光速は $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ となることから、

$$\mu_0 = \frac{1}{c_0^2 \varepsilon_0} = \frac{1}{(3.00 \times 10^8)^2 \times 8.85 \times 10^{-12}} \fallingdotseq 1.26 \times 10^{-6}\ \mathrm{H/m}$$

となる。

問 2　光子の振動数および運動量の定義により直ちに導かれる。

問 3　屈折の法則により、$n = \dfrac{c_0}{c}$ を得る。また、$c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}}$ より、$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ を得る。

問 4　屈折の法則より、$\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$ を得る。また、光速も波長も $\dfrac{1}{n}$ に比例することから、その比である振動数は変化せず、$\nu = \nu_0$ を得る。また、運動量は $\dfrac{1}{\lambda}$ に比例することから、$p = np_0$ を得る。

問 5　光子のエネルギーは $h\nu$ で定義されることから、前問で振動数が変化しないことより、エネルギーは保存していることがわかる。一方、前問を参照すると、運動量は変化していることから、光子単体では運動量は保存せず、媒質と運動量の受け渡しを行っていることがわかる。

問 6　水の中では、光が入射する際の媒質の屈折率と水晶体等の屈折率との差が小さくなるため、入射角と屈折角の差が空気中に比べて小さくなる。そのため、結像位置は後退することになり、結果として近視の状態は軽減される。

問 7　光の色は光の振動数のみに依存して決まるが、その振動数は媒質に依らない。よって、空気中で見る場合と水中で見る場合で色は変化しない。