解答速報 数学　医学部受験専門予備校 慧修会

2022 年度　順天堂大学

【　講　評　】

例年通りの形式で出題された．第１問の小問集合は，昨年３題から４題に変更となっていたが，本年は３題に戻った．全体的な分量は昨年と同程度であるが，解きづらい問題が少なく，難易度はやや下がったといえる．
１次試験突破のためには，７割以上は得点したい．

Ⅰ（１）指数関数の計算問題である．計算量も少ないので，確実に得点したい．

（２）条件付き確率の問題である．設定も非常に単純で，計算量も少ないので，この問題は落とせない．

（３）３次方程式を誘導にしたがって解く問題である．ωの使い方に気付けるかどうかで差がつく．

Ⅱ ４次関数と直線に囲まれた部分の面積の条件から，直線の方程式を確定する問題である．設問による誘導に乗ることができればそれほど難しくはないが，意図がつかめなかった人にとっては解きづらい問題である．制限時間もあるので，(b)の途中くらいまでを得点したい．

Ⅲ 空間ベクトルの平面と体積比に関する典型問題であった．やや文字が多く解きづらい部分もあるが，(3)までは確実に得点したい．(4)は問題文の表現が見慣れない形ではあるが，結局は体積比の典型問題であることに気づければ解けるだろう．

【　解　答　】

Ⅰ　小問集合【やや易】

(1)　ア：－，イ：1，ウ：2，エ：4，オ：5，カ：1，キ：2，ク：2，ケ：3，
コ：－，サ：1，シ：1，ス：2

(2)　ア：1，イ：2，ウ：1，エ：3，オ：9，カ：1，キ：4，ク：2，ケ：7，
コ：9，サ：1，シ：6，ス：1，セ：3

(3)　ア：3，イ：2，ウ：7，エ：3，オ：－，カ：9，キ：－，ク：1，ケ：3，
コ：2，サ：3，シ：9，ス：3，セ：9，ソ：3，タ：9，

Ⅱ　積分法（数学Ⅱ）【標準】

ア：1，　イ：5，　ウ：6，　エ：5，　オ：0，　カ：9，　キ：5，　ク：1，　ケ：5，
コ：5，　サ：3，　シ：1，　ス：8，　セ：5，　ソ：2，　タ：3，　チ：1，　ツ：－，
テ：9，　ト：5，　ナ：2，　ニ：1，　ヌ：6，　ネ：5，　ノ：2，　ハ：3，　ヒ：4

Ⅲ　ベクトル（数学B）【標準】

(1)　$s\geqq 0$，$t\geqq 0$，$u\geqq 0$，$s+t+u=1$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{s}{s+t+u}\vec{a}+\dfrac{t}{s+t+u}\vec{b}+\dfrac{u}{s+t+u}\vec{c}$，$\mathrm{OD}:\mathrm{DP}=1:1-(s+t+u)$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{t}{1-s}\vec{b}+\dfrac{u}{1-s}\vec{c}$，$\mathrm{AE}:\mathrm{PE}=1:s$

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{4}{15}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{5}\vec{c}$

【　解　説　】

［Ｉ］

(1)(a)　$f(a)=\dfrac{1}{2}$ のとき　　$f(-a)=\dfrac{e^{-a}-e^{a}}{e^{-a}+e^{a}}=-f(a)=-\dfrac{1}{2}$

また，$f(a)=\dfrac{e^{a}-e^{a}}{e^{a}+e^{-a}}=\dfrac{1}{2}$ より，

$$2(e^{a}-e^{-a})=e^{a}+e^{-a}$$

$$e^{a}=3e^{-a}\quad\therefore\quad e^{2a}=\frac{1}{3}$$

よって　　$f(2a)=\dfrac{e^{2a}-e^{-2a}}{e^{2a}+e^{-2a}}=\dfrac{3-\dfrac{1}{3}}{3+\dfrac{1}{3}}=\dfrac{4}{5}$

(b)　$g(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$ とおくと，$\begin{cases} g''(x)=g(x) & \cdots\cdots ① \\ \{g(x)\}^2-\{g'(x)\}^2=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ が成り立つ.

（ $g(x)$ はカテナリーと呼ばれ，①，②は覚えるべき性質である．）

このとき，$f(x)=\dfrac{g'(x)}{g(x)}$ であるので，

$$f'(x)=\frac{g''(x)g(x)-\{g'(x)\}^2}{\{g(x)\}^2}=\frac{\{g(x)\}^2-\{g'(x)\}^2}{\{g(x)\}^2}\quad(\because\ ②\text{ より})$$

$$=1-\left\{\frac{g'(x)}{g(x)}\right\}^2=1-\{f(x)\}^2$$

よって，$f(b)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ のとき　　$f'(b)=1-\{f(b)\}^2=1-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\dfrac{2}{3}$

(c)　$3\{f(x)\}^2-5f(x)-2=0$ のとき，$f(x)=A$ とおくと，

$$3A^2-5A-2=0$$

$$(3A+1)(A-2)=0\quad\therefore\quad A=-\frac{1}{3},\ 2$$

また，$f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=A$ より，

$$e^{x}-e^{-x}=A(e^{x}+e^{-x})$$

$$(1-A)e^{x}=(1+A)e^{-x}$$

$$e^{x}=\frac{1+A}{1-A}e^{-x}\quad\therefore\quad e^{2x}=\frac{1+A}{1-A}$$

したがって，

$A=-\dfrac{1}{3}$ のとき，$e^{2x}=\dfrac{1+\left(-\dfrac{1}{3}\right)}{1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)}=\dfrac{1}{2}$ から，$x=\dfrac{1}{2}\log\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{2}\log 2$

$A=2$ のとき，$e^{2x}=\dfrac{1+2}{1-2}=-3<0$ となり，不適

以上より　　$x=-\dfrac{1}{2}\log 2$

(2) $\begin{cases} \text{コイン A の表と裏が出る確率は，それぞれ} \dfrac{1}{2}，\dfrac{1}{2} \\ \text{コイン B の表と裏が出る確率は，それぞれ} \dfrac{1}{3}，\dfrac{2}{3} \\ \text{コイン C の表と裏が出る確率は，それぞれ} \dfrac{1}{6}，\dfrac{5}{6} \end{cases}$

(a) コインを 1 回投げて表が出たとき，選んだコインが A である条件付き確率は,

$$\frac{(\text{コインAを選んで表が出る確率})}{(\text{表が出る確率})}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$

コインを 1 回投げて表が出たとき，選んだコインが B である条件付き確率は,

$$\frac{(\text{コインBを選んで表が出る確率})}{(\text{表が出る確率})}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}}=\mathbf{\frac{1}{3}}$$

(b) コインを 2 回投げて表→表が出たとき，選んだコインが A である条件付き確率は,

$$\frac{(\text{コインAを選んで表→表が出る確率})}{(\text{表→表が出る確率})}=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^2}=\mathbf{\frac{9}{14}}$$

コインを 2 回投げて表→表が出たとき，選んだコインが B である条件付き確率は,

$$\frac{(\text{コインBを選んで表→表が出る確率})}{(\text{表→表が出る確率})}=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^2}=\mathbf{\frac{2}{7}}$$

(c) コインを 3 回投げて表→表→裏が出たとき，選んだコインが A である条件付き確率は,

$$\frac{(\text{コインAを選んで表→表→表が出る確率})}{(\text{表→表→表が出る確率})}=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)}$$
$$=\mathbf{\frac{9}{16}}$$

コインを 3 回投げて表→表→裏が出たとき，選んだコインが B である条件付き確率は,

$$\frac{(\text{コインBを選んで表→表→表が出る確率})}{(\text{表→表→表が出る確率})}=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)}$$
$$=\mathbf{\frac{1}{3}}$$

(3)　$x^3+9x+6=0$ において，$x=y-\dfrac{k}{y}$ とおくと，

$$\left(y-\frac{k}{y}\right)^3+9\left(y-\frac{k}{y}\right)+6=0$$

$$y^3+3(3-k)y+\frac{3k(k-3)}{y}-\frac{k^3}{y^3}+6=0$$

これが $y^3-\dfrac{l}{y^3}+6=0$ の形を満たすのは $k=3$ のときで，このとき，

$$y^3-\frac{27}{y^3}+6=0$$

$$y^6+6y^3-27=0$$

$$(y^3+9)(y^3-3)=0 \quad \therefore \quad y^3=3,\ -9$$

(ⅰ)　$y^3=3$ のとき　$\left(\dfrac{y}{\sqrt[3]{3}}\right)^3=1$

よって，1 の 3 乗根の一つである $\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ を用いると，

$$y=\sqrt[3]{3},\ \sqrt[3]{3}\omega,\ \sqrt[3]{3}\omega^2$$

したがって，

$y=\sqrt[3]{3}$ のとき，$x=\sqrt[3]{3}-\dfrac{3}{\sqrt[3]{3}}=\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9}$

$y=\sqrt[3]{3}\omega$ のとき，$x=\sqrt[3]{3}\omega-\dfrac{3}{\sqrt[3]{3}\omega}=\sqrt[3]{3}\omega-\sqrt[3]{9}\omega^2$

$y=\sqrt[3]{3}\omega^2$ のとき，$x=\sqrt[3]{3}\omega^2-\dfrac{3}{\sqrt[3]{3}\omega^2}=\sqrt[3]{3}\omega^2-\sqrt[3]{9}\omega$

(ⅱ)　$y^3=-9$ のとき　$\left(\dfrac{y}{\sqrt[3]{-9}}\right)^3=1$

よって，$y=\sqrt[3]{-9},\ \sqrt[3]{-9}\omega,\ \sqrt[3]{-9}\omega^2$

したがって，

$y=\sqrt[3]{-9}$ のとき，$x=\sqrt[3]{-9}-\dfrac{3}{\sqrt[3]{-9}}=-\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}$

$y=\sqrt[3]{-9}\omega$ のとき，$x=\sqrt[3]{-9}\omega-\dfrac{3}{\sqrt[3]{-9}\omega}=-\sqrt[3]{9}\omega+\sqrt[3]{3}\omega^2$

$y=\sqrt[3]{-9}\omega^2$ のとき，$x=\sqrt[3]{-9}\omega^2-\dfrac{3}{\sqrt[3]{-9}\omega^2}=-\sqrt[3]{9}\omega^2+\sqrt[3]{3}\omega$

(ⅰ)，(ⅱ) より，$x^3+9x+6=0$ の解は，

$$x=\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{9},\ \sqrt[3]{3}\omega-\sqrt[3]{9}\omega^2,\ \sqrt[3]{3}\omega^2-\sqrt[3]{9}\omega$$

［Ⅱ］

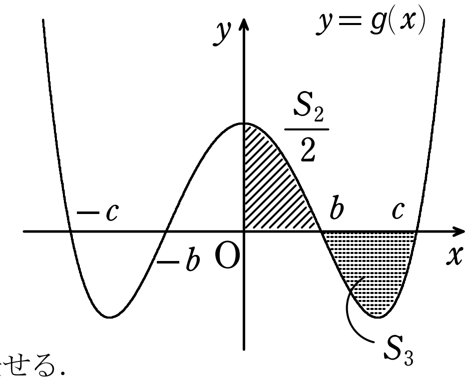
条件 A ： 曲線 C と直線 l が $x=x_1, x_2, x_3, x_4$ で交点を持ち,

$$S_1=S_3 \quad \cdots\cdots ① ,\quad S_1+S_3=S_2 \quad \cdots\cdots ②$$

(a) ①, ② より $\dfrac{S_2}{2}-S_3=0$ である.

$y=g(x)=x^4-\dfrac{18}{5}x^2+a$ と $y=0$ が条件 A を満たし, $x_3=b$, $x_4=c$ のとき, $g(x)$ が偶関数

であることから, 図の斜線部が $\dfrac{S_2}{2}$ となり, $\displaystyle\int_0^c g(x)dx=0$ が成り立つ.



よって, $$\begin{aligned}\int_0^c g(x)dx&=\int_0^c\left(x^4-\frac{18}{5}x^2+a\right)dx\\&=\left[\frac{x^5}{5}-\frac{6}{5}x^3+ax\right]_0^c\\&=\frac{1}{5}c^5-\frac{6}{5}c^3+ac=0\end{aligned}$$

$c>0$ より, $a=-\dfrac{1}{5}c^4+\dfrac{6}{5}c^2 \quad \cdots\cdots ③$

また, $g(x)$ は偶関数より, $g(x)=0$ の 4 解は $x=\pm b$, $\pm c$ と表せる.

よって, 4 次の解と係数の関係より,

$$\begin{cases}-b^2-c^2=-\dfrac{18}{5} & \cdots\cdots ④\\ b^2c^2=a & \cdots\cdots ⑤\end{cases}$$

したがって, $b>0$, $c>0$ に注意して ③, ④, ⑤ を解くと,

$$a=\frac{9}{5}\ ,\ b=\frac{\sqrt{15}}{5}\ ,\ c=\sqrt{3}$$

(b) $y=h(x)=x^4+4x^3+\dfrac{12}{5}x^2-\dfrac{6}{5}x+\dfrac{12}{5}$ を

$$h(x)=(x+d)^4-A(x+d)^2+B(x+d)+C$$

の形に変形するとき, x^3 の係数を比較することで, $4=4d \quad \therefore \quad d=1$

このとき,

$$\begin{aligned}h(x)&=(x+1)^4-A(x+1)^2+B(x+1)+C\\&=x^4+4x^3+(6-A)x^2+(4-2A+B)x+1-A+B+C\end{aligned}$$

各項の係数を比較すると $\begin{cases}6-A=\dfrac{12}{5}\\ 4-2A+B=-\dfrac{6}{5}\\ 1-A+B+C=\dfrac{12}{5}\end{cases}$ $\quad\therefore\quad (A, B, C)=\left(\dfrac{18}{5},\ 2,\ 3\right)$

よって, $h(x)=(x+1)^4-\dfrac{18}{5}(x+1)^2+2(x+1)+3$

ここで，(a) の $y=g(x)=x^4-\frac{18}{5}x^2+\frac{9}{5}$ のグラフを x 軸方向に -1 だけ平行移動させて

$y=g_1(x)=(x+1)^4-\frac{18}{5}(x+1)^2+\frac{9}{5}$ とすると， $y=g_1(x)$ と $y=0$ は条件 A を満たす.

$y=g_1(x)$ と $y=0$ を連立すると，

$$(x+1)^4-\frac{18}{5}(x+1)^2+\frac{9}{5}=0 \qquad \therefore\ (x+1)^4-\frac{18}{5}(x+1)^2=-\frac{9}{5} \quad \cdots\cdots ⑥$$

よって， $y=h_1(x)$ に対して条件 A を満たす直線の方程式は， $\boldsymbol{y=-\frac{9}{5}}$

また，⑥ の両辺に $2(x+1)+3$ を加えると，

$$(x+1)^4-\frac{18}{5}(x+1)^2+2(x+1)+3=2x+\frac{16}{5}$$

$$\therefore\ h(x)=2x+\frac{16}{5}$$

したがって， $y=h(x)$ に対して条件 A を満たす直線の方程式は， $\boldsymbol{y=2x+\frac{16}{5}}$

(c)　$y=f_1(x)=x^4-3x^2+a$ と $y=0$ に対して条件 A が成り立つのは，(a) と同様にして

$$\begin{cases} \int_0^c (x^4-3x^2+a)dx=0 \\ -b^2-c^2=-3 \\ b^2c^2=a \end{cases}$$

$b>0$, $c>0$ に注意してこれらを解くと， $a=\frac{5}{4}$, $b=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $c=\frac{\sqrt{10}}{2}$

このとき， $y=f_1(x)$ と $y=0$ を連立すると，

$$x^4-3x^2+\frac{5}{4}=0$$

$$x^4-3x^2=-\frac{5}{4} \qquad \therefore\ x^4-3x^2+2x+2=2x+\frac{3}{4} \quad (\because\ \text{両辺に } 2x+2 \text{ を加えた})$$

よって，曲線 $y=x^4-3x^2+2x+2$ に対して条件 A を満たす直線の方程式は， $\boldsymbol{y=2x+\frac{3}{4}}$

$\boxed{\text{参考}}$　4 次方程式の解と係数の関係は，医学部入試でしばしば出てくるので，覚えておくとよい.

4 次方程式 $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ の 4 解を α , β , γ , δ とするとき，

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta=-\frac{b}{a} \\ \alpha\beta+\alpha\gamma+\alpha\delta+\beta\gamma+\beta\delta+\gamma\delta=\frac{c}{a} \\ \alpha\beta\gamma+\alpha\beta\delta+\alpha\gamma\delta+\beta\gamma\delta=-\frac{d}{a} \\ \alpha\beta\gamma\delta=\frac{e}{a} \end{cases}$$

が成り立つ。

$\boxed{\text{参考}}$終わり

［Ⅲ］

面 ABC は，平面 ABC 上における三角形 ABC の周および内部と解釈して解答する．

(1)　点 P が面 ABC 上にあるとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=x\overrightarrow{\mathrm{AB}}+y\overrightarrow{\mathrm{AC}}\ \ (x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ x+y\leqq 1)$$

が成り立つ．よって，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+x(\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})+y(\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})$$
$$=(1-x-y)\vec{a}+x\vec{b}+y\vec{c}$$

$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は一次独立であるので，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$ のとき s，t，u が満たすべき条件は，

$$s\geqq 0,\ t\geqq 0,\ u\geqq 0,\ s+t+u=1$$

(2)　P が四面体 OABC の内部にあり，直線 OP と面 ABC の交点を D とするとき，

3 点 O，P，D は同一直線上より，

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=k\overrightarrow{\mathrm{OP}}\ \ (k：実数)$$

とかける．よって，

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=ks\vec{a}+kt\vec{b}+ku\vec{c}$$

4 点 A，B，C，P は同一平面上であるので，係数の和が 1 より，

$$ks+kt+ku=1\quad \therefore\ k=\frac{1}{s+t+u}$$

したがって　$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{s}{s+t+u}\vec{a}+\dfrac{t}{s+t+u}\vec{b}+\dfrac{u}{s+t+u}\vec{c}$

またこのとき，

$$\mathrm{OD}:\mathrm{DP}=k:(k-1)=1:1-(s+t+u)$$

(3)　P が四面体 OABC の内部にあり，直線 AP と面 OBC の交点を E とするとき，

3 点 A，P，E は同一直線上より，

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=l\overrightarrow{\mathrm{AP}}\ \ (l：実数)$$

とかける．よって，

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{a}+l(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\vec{a})=(1-l+sl)\vec{a}+lt\vec{b}+lu\vec{c}$$

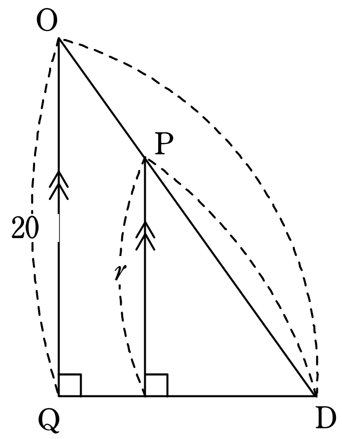
点 E は平面 OBC 上より，$\vec{a}$ の係数は 0 であるので，

$$1-l+sl=0\quad \therefore\ l=\frac{1}{1-s}$$

したがって　$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{t}{1-s}\vec{b}+\dfrac{u}{1-s}\vec{c}$

また，　$\mathrm{AE}:\mathrm{PE}=l:1-l=1:s$

(4)　内接円の半径を r とする．点 O から面 ABC に下ろした垂線の足を Q とし，右図のように三角形 ODQ に注目する．



点 O と面 ABC の距離が 20 であることと，(2) より

$$r : 20 = \mathrm{DP} : \mathrm{OD}$$
$$= 1-(s+t+u) : 1$$
$$\therefore\ r = 20-20(s+t+u)\ \cdots\cdots ①$$

また (3) より，点 A と面 OBC の距離が 15 であることから，

$$r : 15 = s : 1 \quad \therefore\ s = \frac{r}{15}\ \cdots\cdots ②$$

同様に点 B と面 OCA の距離が 12，点 C と面 OAB の距離が 20 であることから，

$$\begin{cases} r : 12 = t : 1 \\ r : 20 = u : 1 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} t = \dfrac{r}{12} & \cdots\cdots ③ \\ u = \dfrac{r}{20} & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

①, ②, ③, ④ を解くことで，

$$r = 4,\ (s,\ t,\ u) = \left(\frac{4}{15},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{5}\right)$$

したがって　$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{4}{15}\vec{a} + \dfrac{1}{3}\vec{b} + \dfrac{1}{5}\vec{c}$

$\boxed{\text{別解}}$　ベクトルの等式からわかる体積比を公式として覚えておくと，次のように解ける．

　四面体 ABCD の内部の点 P に対して，

$$a\overrightarrow{\mathrm{PA}} + b\overrightarrow{\mathrm{PB}} + c\overrightarrow{\mathrm{PC}} + d\overrightarrow{\mathrm{PD}} = \vec{0}$$

が成り立つとき，

$$\triangle\mathrm{BCD} : \triangle\mathrm{CDA} : \triangle\mathrm{DAB} : \triangle\mathrm{ABC} = a : b : c : d$$

が成り立つ．

このことを用いると，次のように計算できる．

条件から

$$\triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{OBC} : \triangle\mathrm{OCA} : \triangle\mathrm{OAB} = \frac{1}{20} : \frac{1}{15} : \frac{1}{12} : \frac{1}{20}$$
$$= 3 : 4 : 5 : 3$$

したがって，

$$3\overrightarrow{\mathrm{PO}} + 4\overrightarrow{\mathrm{PA}} + 5\overrightarrow{\mathrm{PB}} + 3\overrightarrow{\mathrm{PC}} = \vec{0}$$
$$-3\overrightarrow{\mathrm{OP}} + 4(\overrightarrow{\mathrm{OA}} - \overrightarrow{\mathrm{OP}}) + 5(\overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OP}}) + 3(\overrightarrow{\mathrm{OC}} - \overrightarrow{\mathrm{OP}}) = \vec{0}$$
$$15\overrightarrow{\mathrm{OP}} = 4\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 5\overrightarrow{\mathrm{OB}} + 3\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$
$$\therefore\ \overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{4}{15}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{5}\vec{c}$$

$\boxed{\text{別解}}$終わり