解答速報 物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2022 年度　昭和大学　II 期

【 講 評 】

典型問題が多く、どれも落とせない問題であった。高得点争いになることが予想される。

$\boxed{1}$ は斜面上の単振動の問題。素早く処理したい。

$\boxed{2}$ は気柱の振動の問題。図を利用しながら考えればすぐに解ける。

$\boxed{3}$ は回折格子の問題。典型的な問題であるため落とせない。

$\boxed{4}$ はコンプトン散乱の問題。受験生なら一度は解いたことがあるはずである。近似をうまく利用して素早く処理したい。

【 解 答 ・ 解 説 】

$\boxed{1}$

解答

(1) $\dfrac{2mg\sin\theta}{k}$

(2) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{k}},\ \omega=\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$

(3) $t_1=\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$

(4) $x=2d\cos\sqrt{\dfrac{k}{2m}}t$

(5) $v_1=d\sqrt{\dfrac{3k}{2m}}$

(6) $x_1=-\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}d$

解説

(1) 物体 A と B の一体系にはたらく斜面方向の力のつり合いより、$2mg\sin\theta-kd=0$.

したがって、$d=\dfrac{2mg\sin\theta}{k}$.

(2) 一体系の加速度を a とすると、運動方程式は $2ma=2mg\sin\theta-kx$. すなわち、$a=-\dfrac{k}{2m}\left(x-\dfrac{2mg\sin\theta}{k}\right)$.

ゆえに、角振動数 ω は $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$ であり、周期 T は $T=2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$.

(3) $-d=2d\cos\dfrac{2}{3}\pi$ より、$t_1=\dfrac{1}{3}T=\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$.

(4) 角振動数は $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$ であり、振幅は $2d$ であるから、$x=2d\cos\sqrt{\dfrac{k}{2m}}t$.

(5) $t=t_1$ での速度は $v_1=2d\omega\sin\omega t_1=2d\omega\sin\dfrac{\pi}{3}=d\sqrt{\dfrac{3k}{2m}}$.

(6) 物体 A と B が離れたあと、物体 A は $-d+\dfrac{mg\sin\theta}{k}=-\dfrac{1}{2}d$ を中心とする単振動をする。

物体 A には重力と弾性力が斜面下向きにはたらき、物体 B には重力のみがはたらくので、物体 A が x_1 に到達するまでに 2 物体が衝突することはない。

エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}k\left(\frac{1}{2}d\right)^2+\frac{1}{2}m\left(d\sqrt{\frac{3k}{2m}}\right)^2=\frac{1}{2}k\left(x_1+\frac{1}{2}d\right)^2.$$

すなわち、$2{x_1}^2+2dx_1-3d^2=0$. これを解くと、$x_1=\dfrac{-1\pm\sqrt{7}}{2}d$ である。$x_1<0$ より、$x_1=-\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}d$.

$\boxed{2}$

$\boxed{\text{A}}$

解答

(1) $2(a_2 - a_1)$　(2) $2f_A(a_2 - a_1)$　(3) $\dfrac{a_2 - 3a_1}{2}$

(4) $f_B = \dfrac{a_2 - a_1}{a_2 - 3a_1 + 2b_1} f_A$

解説

(1) 波長を λ とすると、$a_2 - a_1 = \dfrac{\lambda}{2}$ より、$\lambda = 2(a_2 - a_1)$.

(2) 音速 v は $v = f_A \lambda = 2f_A(a_2 - a_1)$.

(3) 開口端補正の値を y とすると、$y + a_1 = \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{a_2 - a_1}{2}$ であるから、$y = \dfrac{a_2 - 3a_1}{2}$.

(4) 波長を λ' とすると、$y + b_1 = \dfrac{\lambda'}{4} = \dfrac{v}{4f_B}$ であるから、

$$f_B = \frac{v}{4} \cdot \frac{1}{y + b_1} = \frac{f_A(a_2 - a_1)}{2} \cdot \frac{1}{\dfrac{a_2 - 3a_1}{2} + b_1} = \frac{a_2 - a_1}{a_2 - 3a_1 + 2b_1} f_A.$$

$\boxed{\text{B}}$

解答

0.340 m

解説

X 引き出すごとに経路差は $2X$ 大きくなる。したがって、波長を λ とすると、$2X = \lambda$ より

$$X = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{340}{500} = 0.340\,\mathrm{m}.$$

$\boxed{3}$

解答

(1) $d\sin\theta$　(2) $d\sin\theta = m\lambda$　(3) $x_m = \dfrac{L\lambda}{d}m,\ \Delta x = \dfrac{L\lambda}{d}$

(4) $\lambda = 6.25 \times 10^{-7}$ m, 赤色

解説

(1) 隣り合うスリットを通る光の経路差は $d\sin\theta$ である。

(2) スクリーン上に明るい点ができるのは、経路差が波長の整数倍、つまり、$d\sin\theta = m\lambda$ のとき。

(3) $x_m << L$ のとき、θ は十分小さいから、$\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta = \dfrac{x_m}{L}$.

したがって、$d \cdot \dfrac{x_m}{L} = m\lambda$ であるから、$x_m = \dfrac{L\lambda}{d}m$. また、$\Delta x_m = \dfrac{L\lambda}{d}$ である。

(4) $x_2 = \dfrac{2L\lambda}{d}$ より $\lambda = \dfrac{x_2 d}{2L}$ であり、$d = \dfrac{1.00 \times 10^{-3}}{200} = 5.0 \times 10^{-6}$ m, $L = 2.00$ m, $x_2 = 0.500$ m を代入して $\lambda = 6.25 \times 10^{-7}$ m を得る。したがって、このレーザー光は赤色である。

$\boxed{4}$

解答

(1) $\dfrac{h}{\lambda}$

(2) $\dfrac{hc}{\lambda}$

(3) x 軸方向：$\dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta + mv\cos\phi$,　y 軸方向：$0 = \dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta - mv\sin\phi$

(4) $\dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{hc}{\lambda'} + \dfrac{1}{2}mv^2$

(5) $(mv)^2 = \dfrac{2h^2}{\lambda\lambda'}(1-\cos\theta)$

(6) $\lambda' - \lambda = \dfrac{h}{mc}(1-\cos\theta)$

(7) $\tan\phi = \dfrac{\lambda}{\lambda'}$

解説

(1) 波長が λ の X 線の運動量は $\dfrac{h}{\lambda}$ である。

(2) 波長が λ の X 線のエネルギーは $\dfrac{hc}{\lambda}$ である。

(3) x 軸方向、y 軸方向の運動量保存の法則を表す式はそれぞれ、

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + mv\cos\phi \qquad ①$$

$$0 = \frac{h}{\lambda'}\sin\theta - mv\sin\phi \qquad ②$$

(4) エネルギー保存の法則を表す式は、$\dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{hc}{\lambda'} + \dfrac{1}{2}mv^2$.

(5) ①,② より、$mv\cos\phi = \dfrac{h}{\lambda\lambda'}(\lambda' - \lambda\cos\theta)$, $mv\sin\phi = \dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta$.
辺々 2 乗して加えると、

$$(mv)^2 = \frac{h^2}{\lambda^2\lambda'^2}(\lambda' - \lambda\cos\theta)^2 + \frac{h^2}{\lambda'^2}\sin^2\theta = \frac{h^2(\lambda'-\lambda)^2}{\lambda^2\lambda'^2} + \frac{2h^2}{\lambda\lambda'}(1-\cos\theta) \fallingdotseq \frac{2h^2}{\lambda\lambda'}(1-\cos\theta).$$

(6) (4),(5) より、

$$\frac{hc(\lambda'-\lambda)}{\lambda\lambda'} = \frac{1}{2m}\cdot\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}(1-\cos\theta)$$

したがって、

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta).$$

(7) $\theta = 90^\circ$ のとき、(5) の式より

$$\tan\phi = \frac{mv\sin\phi}{mv\cos\phi} = \frac{\frac{h}{\lambda'}}{\frac{h}{\lambda}} = \frac{\lambda}{\lambda'}.$$