2022年度　日本医科大学　後期

【講評】

問題文をよく読み、落ち着いて処理すれば得点できる問題が多かった。

I は三角柱とバネによる単振動の問題。カまでは誘導もあり楽に解けたであろう。最後のキで差がついたか。

II は回転子の電磁誘導の問題。基本的な問題であり、素早く処理したい。

III は吸熱過程と放熱過程が切り替わる熱サイクルの熱効率の問題。イ、ウ、エの式変形で苦戦した受験生も多いのではないだろうか。オ、カを優先して処理したい。

【解答・解説】

I

解答

ア	$\dfrac{mg}{4k}$	イ	$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$	ウ	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$		
エ	$\dfrac{m}{2}\left(\sqrt{3}g-a\right)$	オ	$-\sqrt{3}kx$	カ	$g-\dfrac{4k}{m}x$	キ	$\dfrac{\sqrt{13}}{4}$

解説

(ア) 小物体の斜面方向の運動方程式は加速度を A とすると、$mA = mg\sin 30^\circ - 2kx = -2k\left(x-\dfrac{mg}{4k}\right)$.
したがって、振幅は $\dfrac{mg}{4k}$.

(イ) 角振動数は $\sqrt{\dfrac{2k}{m}}$ なので、周期は $\dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$.

(ウ) 垂直抗力は $mg\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$.

(エ) 小物体の斜面垂直方向にはたらく力のつり合いより、垂直抗力 N は

$$N = mg\cos 30^\circ - ma\sin 30^\circ = \frac{m}{2}\left(\sqrt{3}g-a\right).$$

(オ) 運動方程式は $3ma = N\sin 30^\circ - 2kx\cos 30^\circ$. すなわち、$3ma = \dfrac{m}{4}\left(\sqrt{3}g-a\right) - \sqrt{3}kx$.

(カ) 運動方程式より、$a = \dfrac{\sqrt{3}}{13}\times\left(g-\dfrac{4k}{m}x\right)$.

(キ) 小物体の水平方向の変位は $x\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ である。
左向きを正とし、三角柱の変位を X とする。重心を考えると、$\dfrac{\sqrt{3}}{2}x - X = 3X$ より、$X = \dfrac{\sqrt{3}}{8}x$.
よって、$a = \dfrac{\sqrt{3}}{13}\left(g-\dfrac{32k}{\sqrt{3}m}X\right) = -\dfrac{32k}{13m}\left(X-\dfrac{\sqrt{3}mg}{8k}\right)$.
したがって、角振動数は $\sqrt{\dfrac{16}{13}} = \dfrac{4}{\sqrt{13}}$ 倍になっているので、周期は $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$ 倍である。

$\boxed{\text{II}}$

解答

ア	$\dfrac{E}{R}$	イ	$\dfrac{2V}{Br^2}$	ウ	$\dfrac{E}{V}$	エ	0
オ	$\dfrac{2}{3}$	カ	$\dfrac{2}{9}E$	キ	$\dfrac{1}{3}Br$		

解説

(ア) 電圧は E、抵抗は R であるから、抵抗器には $\dfrac{E}{R}$ の電流が流れる。

(イ) 回転子の角速度が ω のとき、誘導起電力は $\dfrac{1}{2}\ \omega Br^2$ より $\omega = \dfrac{2V}{Br^2}$.

(ウ) 誘導起電力が E になるとき、電流が流れなくなり、回転子は一定の角速度で回転する。

このときの角速度は $\dfrac{2E}{Br^2}$ であるから、$\dfrac{E}{V}$ 倍である。

(エ) 電流は流れないから、消費電力は 0 である。

(オ) 角速度が $\dfrac{2E}{3Br^2}$ のとき、誘導起電力は $\dfrac{1}{3}\ E$ である。

したがって、抵抗にかかる電圧は $\dfrac{2}{3}\ E$ であるから、流れる電流は $\dfrac{2}{3}$ 倍である。

(カ) 電池から供給されるエネルギーは $E \cdot \dfrac{2E}{3R} = \dfrac{2E^2}{3R}$. 抵抗器でのジュール熱は $R \cdot \left(\dfrac{2E}{3R}\right)^2 = \dfrac{4E^2}{9R}$.

したがって、円輪と不導体の間で発生する熱は

$$\frac{2E^2}{3R} - \frac{4E^2}{9R} = \frac{2E^2}{9R} = \frac{E}{R} \cdot \frac{2}{9}\ E.$$

(キ) 摩擦力の大きさを F とすると、1 秒間に摩擦力がはたらく距離は $r \cdot \dfrac{2E}{3Br^2} = \dfrac{2E}{3Br}$ より、

$$F \cdot \frac{2E}{3Br} = \frac{2}{9}\ E.$$

したがって、

$$F = \frac{1}{3}\ Br.$$

III

解答

ア	$\frac{3}{2}(P_1-P_0)V_0$	イ	$-\frac{2(P_1-P_0)}{V_1-V_0}$	ウ	$\frac{5}{2}\cdot\frac{P_1V_1-P_0V_0}{V_1-V_0}$
エ	$\frac{5}{8}\cdot\frac{P_1V_1-P_0V_0}{P_1-P_0}$	オ	$\frac{1}{6}$	カ	$\frac{4}{15}$

解説

(ア) 定積変化であるから、吸収した熱量 Q_{AB} は内部エネルギー変化と等しく、$Q_{AB}=\frac{3}{2}(P_1-P_0)V_0$.

(イ) 外部にした仕事は $\frac{1}{2}(P+P_1)(V-V_0)$ であり、内部エネルギー変化は $\frac{3}{2}(PV-P_1V_0)$.

(ウ) したがって、吸収した熱量 Q は、

$$Q=\frac{3}{2}(PV-P_1V_0)+\frac{1}{2}(P+P_1)(V-V_0)=2PV-\frac{1}{2}PV_0+\frac{1}{2}P_1V-2P_1V_0.$$

これと、$P=-\frac{P_1-P_0}{V_1-V_0}V+\frac{P_1-P_0}{V_1-V_0}V_0+P_1$ より、

$$Q=-\frac{2(P_1-P_0)}{V_1-V_0}V^2+\frac{5}{2}\cdot\frac{P_1V_1-P_0V_0}{V_1-V_0}V+(V\text{ によらない定数})$$

が得られる。

(エ) Q が最大となるのは、$V=\frac{5}{8}\cdot\frac{P_1V_1-P_0V_0}{P_1-V_0}$ のとき。

(オ) サイクルで外部にした仕事は $\frac{1}{2}(2P_0-P_0)(3V_0-V_0)=P_0V_0$.

A → B で吸収した熱量 Q_{AB} は $Q_{AB}=\frac{3}{2}P_0V_0$.

B → C で吸収した熱量 Q_{BC} は $Q_{BC}=\frac{3}{2}P_0V_0+\frac{1}{2}\cdot 3P_0\cdot 2V_0=\frac{9}{2}P_0V_0$.

C → A の過程では放熱している。

したがって、サイクルで吸収した熱量は

$$\frac{3}{2}P_0V_0+\frac{9}{2}P_0V_0=6P_0V_0.$$

ゆえに、熱効率は $\frac{P_0V_0}{6P_0V_0}=\frac{1}{6}$.

(カ) サイクルで外部にした仕事は $\frac{1}{2}(3P_0-P_0)(3V_0-V_0)=2P_0V_0$.

D は、$V=\frac{5}{2}V_0$, $P=\frac{3}{2}P_0$ である。

A → B で吸収した熱量 Q_{AB} は $Q_{AB}=3P_0V_0$.

B → D で吸収した熱量 Q_{BD} は $Q_{BD}=\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}P_0V_0+\frac{1}{2}\cdot\frac{27}{4}P_0V_0=\frac{9}{2}P_0V_0$

C → A では放熱している。

したがって、サイクルで吸収した熱量は

$$3P_0V_0+\frac{9}{2}P_0V_0=\frac{15}{2}P_0V_0.$$

したがって、熱効率は $\frac{2P_0V_0}{\frac{15}{2}P_0V_0}=\frac{4}{15}$.