解答速報　数学

医学部受験専門予備校 慧修会

2023年度　東海大学（２／２）

【　講　評　】

今年度の試験から，数学Ⅲが出題範囲より除外されたが，例年通り大問３題で出題された．出題形式にも変化はなかった．

$\boxed{1}$ は７題からなる小問集合で，(5) はやや計算しづらい問題であったが，やや易レベルの問題が中心で，得点しやすかった．

$\boxed{2}$ は空間ベクトルの問題で，文字を含むためやや解きづらい面もあったが，典型的な問題であり計算量も多くないため，落ち着いて解けば問題ないだろう．$\boxed{3}$ は漸化式に関する問題で典型的な問題ではなかったが，問題文の誘導に従うことで解き進めることができる．これは出来不出来が分かれそうな問題である．

昨年まで毎年のように出題されてきた難問はなく，数学Ⅲが除外されたことによって計算量も少なくなったため，全体的に取り組みやすい試験であった．全体で７割以上の得点ができればよいだろう．

【　解　答　】

$\boxed{1}$　小問集合【やや易】

(1)　ア：168,　(2)　イ：$\frac{3}{2}$,　(3)　ウ：$\frac{7}{30}$,　(4)　エ：$-\frac{33}{2}$,　(5)　オ：$\tan B$,　カ：$\tan C$

(6)　キ：3　(7)　ク：$5-\sqrt{34}$

$\boxed{2}$　ベクトル【標準】

(1)　ア：$\frac{1}{k}\vec{a}+\frac{1}{k}\vec{b}+\vec{c}$,　イ：$\frac{\sqrt{k^2+2}}{k}$

(2)　ウ：$\frac{1}{\sqrt{k^2+2}}$,　エ：$\frac{\sqrt{k^2+1}}{2k}$,　オ：$\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}$,　カ：$\frac{1}{6k}$

$\boxed{3}$　数列【標準】

(1)　ア：2,　(2)　イ：3　(3)　ウ：$\frac{4}{5}$,　エ：$\frac{4}{3}$,

(4)　オ：$\left(a-\frac{4}{3}\right)\cdot 4^{n-1}+\frac{4}{3}$,　(5)　カ：$\frac{6}{5}$,　(6)　キ：$\frac{7}{10}$,　ク：$\frac{13}{10}$

お問い合わせは☎0120-302-872
https://keishu-kai.jp/

【　解　説　】

1

(1)　a，a，a，a，a，b，b，c の 8 文字を 1 列に並べると，同じものを含む順列より，

$$\frac{8!}{5!2!}={}^{ア}\mathbf{168}\text{ 通り}$$

(2)　$2^x=t$ とおくと，$t>0$ であり，

$$y=8^x-3\cdot 2^{x+3}+2=t^3-24t+2$$

$f(t)=t^3-24t+2$ $(t>0)$ とおくと，

$$f'(t)=3t^2-24=2(t-2\sqrt{2})(t+2\sqrt{2})$$

$f'(t)=0$ とすると $t=2\sqrt{2}$ であり，$f(t)$ の増減は次の表のようになる。

t	(0)	$\cdots$	$2\sqrt{2}$	$\cdots$
$f'(t)$		$-$	0	$+$
$f(t)$		↘	最小	↗

よって $y=f(t)$ は $t=2\sqrt{2}$ において極小かつ最小となる。

ゆえに，最小値を与える x の値は，　$x=\log_2 2\sqrt{2}={}^{イ}\mathbf{\frac{3}{2}}$

(3)　I は △ABC の内心より，直線 CI は

∠ACB の二等分線であるから，

$$\mathrm{AD}:\mathrm{DB}=\mathrm{CA}:\mathrm{CB}=7:8$$

同様に，直線 AI と辺 BC の交点を E，

直線 BI と辺 CA の交点を F とすると，

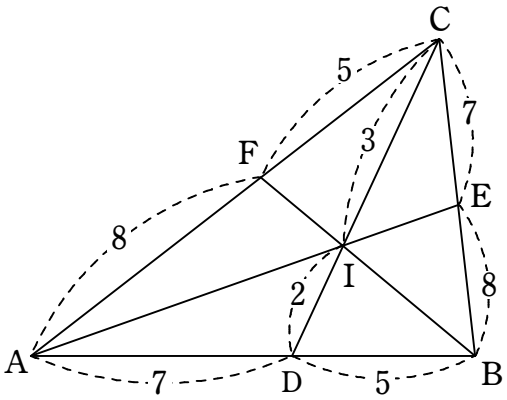
$$\mathrm{BE}:\mathrm{EC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=8:7$$

$$\mathrm{CF}:\mathrm{FA}=\mathrm{BC}:\mathrm{BA}=5:8$$

よって，△ACD と直線 BF でメネラウスの定理より，

$$\frac{\mathrm{ID}}{\mathrm{CI}}\cdot\frac{\mathrm{DB}}{\mathrm{BA}}\cdot\frac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FC}}=\frac{\mathrm{ID}}{\mathrm{CI}}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{8}{5}=1$$

$$\therefore\ \mathrm{CI}:\mathrm{ID}=12:8=3:2$$



したがって，図から，

$$\triangle\mathrm{ADI}=\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{7}{12}\times\frac{2}{5}=\frac{7}{30}\triangle\mathrm{ABC}$$

ゆえに，△ADI は △ABC の ${}^{ウ}\mathbf{\frac{7}{30}}$ 倍である。

(4)　$\displaystyle\int_{-1}^{2}(x+2)(x-3)dx=\int_{-1}^{2}(x^2-x-6)dx$

$$=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-6x\right]_{-1}^{2}$$

$$=\frac{3^3-(-1)^3}{3}-\frac{2^2-(-1)^2}{2}-6\{2-(-1)\}$$

$$=\mathbf{{}^{エ}-\frac{33}{2}}$$

(5)　$\cos A=\cos B\cos C$，$\sin A=\dfrac{\sin B}{\sin D}$ を $\sin^2 A+\cos^2 B=1$ に代入すると，

$$\frac{\sin^2 B}{\sin^2 D}+\cos^2 B\cos^2 C=1$$

$$\frac{\tan^2 B}{\sin^2 D}+\cos^2 C=\frac{1}{\cos^2 B}\quad(\because \text{両辺を } \cos^2 B \text{ で割った})$$

$$\frac{\tan^2 B}{\sin^2 D}+(1-\sin^2 C)=\tan^2 B+1$$

$$\sin^2 C=\left(\frac{1}{\sin^2 D}-1\right)\tan^2 B=\frac{\cos^2 D}{\sin^2 D}\cdot\tan^2 B=\frac{1}{\tan^2 D}\cdot\tan^2 B$$

$$\therefore\ \sin^2 C\tan^2 D=\tan^2 B$$

角 B，C，D は鋭角より，

$$\sin C\tan D={}^{オ}\mathbf{\tan B}$$

次に，$\cos A=\cos B\cos C$，$\sin A=\dfrac{\sin B}{\sin D}$ の辺々を割ると，

$$\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\sin B}{\cos B\cos C\sin D}$$

$$\tan A=\frac{\tan B}{\cos C\sin D}$$

$\tan B=\sin C\tan D$ より，

$$\tan A=\frac{\sin C\tan D}{\cos C\sin D}=\frac{\tan C}{\cos D}$$

$$\therefore\ \tan A\cos C={}^{カ}\mathbf{\tan C}$$

(6)　k を自然数として $\sqrt{n^2+63}=k$ とおくと，

$$n^2+63=k^2$$

$$k^2-n^2=63\qquad\therefore\ (k+n)(k-n)=63$$

n，k が自然数のとき，$k+n$，$k-n$ は整数である。

ここで，$k>0$，$n>0$ より，$k+n>k-n>0$ であるから，

$$(k+n,\ k-n)=(63,1),\ (21,3),\ (9,7)\qquad\therefore\ (k,n)=(32,31),\ (12,9),\ (8,1)$$

よって，n の個数は ${}^{キ}\mathbf{3}$ 個である。

(7)　真数条件より，　$11-2x>0$，$1-x^2>0$，$x+2>0$，$x+1>0$　　$\therefore\ -1<x<1$　……①

このもとで，与式は，

$$\log_{2023}(11-2x)-\log_{2023}(1-x^2)=\log_{2023}(x+2)-\log_{2023}(x+1)^2$$

$$\log_{2023}(11-2x)(x+1)^2=\log_{2023}(x+2)(1-x^2)$$

$$\therefore\ (11-2x)(x+1)^2=(x+2)(1-x^2)$$

① より $x+1>0$ なので，両辺 $x+1$ で割ると，

$$(11-2x)(x+1)=(x+2)(1-x)$$

$$x^2-10x-9=0\qquad\therefore\ x=5\pm\sqrt{34}$$

① を満たすのは　$x={}^{ク}\mathbf{5-\sqrt{34}}$

2

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{DL}}=k\overrightarrow{\mathrm{DF}}=k\vec{c}$ より，

$$\overrightarrow{\mathrm{OL}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{DL}}=\vec{a}+\vec{b}+k\vec{c}$$

3 点 O , L , M は同一直線上より，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\ell\overrightarrow{\mathrm{OL}}$ (ℓ は実数) とおけるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\ell\vec{a}+\ell\vec{b}+\ell k\vec{c}\quad\cdots\cdots①$$

一方，点 E は平面 CEFG 上より，$\overrightarrow{\mathrm{CM}}=s\overrightarrow{\mathrm{CE}}+t\overrightarrow{\mathrm{CG}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ (s , t は実数) とおけるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{CM}}=s\vec{a}+t\vec{b}+\vec{c}\quad\cdots\cdots②$$

$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は互いに平行でなく $\vec{0}$ でないので，①，② より，

$$\begin{cases}\ell=s\\ \ell=t\\ \ell k=1\end{cases}\qquad\therefore\ \ell=\frac{1}{k}$$

これを ① に戻して　$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=$ ア $\dfrac{1}{k}\vec{a}+\dfrac{1}{k}\vec{b}+\vec{c}$

また，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$ ，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=0$ より，

$$|\overrightarrow{\mathrm{OM}}|^2=\left|\frac{1}{k}\vec{a}+\frac{1}{k}\vec{b}+\vec{c}\right|^2=\frac{1}{k^2}+\frac{1}{k^2}+1=\frac{k^2+2}{k^2}$$

$k>1$ より，

$$|\overrightarrow{\mathrm{OM}}|=\text{イ}\ \frac{\sqrt{k^2+2}}{k}$$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\vec{a}\cdot\left(\dfrac{1}{k}\vec{a}+\dfrac{1}{k}\vec{b}+\vec{c}\right)=\dfrac{1}{k}$ より，

$$\cos\angle\mathrm{AOM}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{OM}}|}=\text{ウ}\ \frac{1}{\sqrt{k^2+2}}$$

次に，△OAM の面積は

$$\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{OM}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{1\cdot\frac{k^2+2}{k^2}-\frac{1}{k^2}}=\text{エ}\ \frac{\sqrt{k^2+1}}{2k}$$

最後に，四面体 OAMC の体積 V から先に求める。

底面を △OAC とみなすと，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\dfrac{1}{k}\vec{a}+\dfrac{1}{k}\vec{b}+\vec{c}$ であるから，高さは $\vec{b}$ の係数 $\dfrac{1}{k}$ となるので，

$$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{OAC}\cdot\frac{1}{k}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{k}=\text{カ}\ \frac{1}{6k}$$

一方，四面体 OAMC の底面を △OAM ，高さを CH とみなすと，

$$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{OAM}\cdot\mathrm{CH}$$

ゆえに，

$$\mathrm{CH}=\frac{3V}{\triangle\mathrm{OAM}}=\frac{3\cdot\dfrac{1}{6k}}{\dfrac{\sqrt{k^2+1}}{2k}}=\text{オ}\ \frac{1}{\sqrt{k^2+1}}$$

(3)　3点O, F, Nは同一直線上より，$\overrightarrow{ON}=m\overrightarrow{OF}=m(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$ (m は実数) とおける。

$\overrightarrow{ON}\perp\overrightarrow{MN}$ のとき，

$$\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}\cdot(\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM})=|\overrightarrow{ON}|^2-\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{OM}=0 \quad \cdots\cdots ③$$

ここで，$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+|\vec{c}|^2=3$ より

$$|\overrightarrow{ON}|^2=m^2|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2=3m^2$$

$$\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{OM}=m(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot\left(\frac{1}{k}\vec{a}+\frac{1}{k}\vec{b}+\vec{c}\right)=\frac{(k+2)m}{k}$$

であるから，③より，

$$3m^2-\frac{(k+2)m}{k}=0 \qquad \therefore\ m=\frac{k+2}{3k}$$

これを戻して　$\overrightarrow{ON}=$ キ $\dfrac{k+2}{3k}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

線分OFと平面ABCの交点をQとすると，Qは△ABCの重心であるから　$\overrightarrow{OQ}=\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

よって　$\overrightarrow{QN}=\left(\dfrac{k+2}{3k}-\dfrac{1}{3}\right)(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=\dfrac{2}{3k}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$　　$\therefore\ |\overrightarrow{QN}|=\dfrac{2}{3k}|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\dfrac{2\sqrt{3}}{3k}$

また，△ABCは一辺の長さが $\sqrt{2}$ である正三角形であるから，その面積は　$\dfrac{1}{2}\cdot(\sqrt{2})^2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

よって，四面体ABCNの体積は　$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{2\sqrt{3}}{3k}=$ ク $\dfrac{1}{3k}$

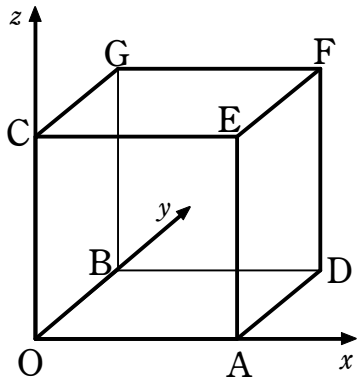
別解　立方体は空間座標で考えてもよい。

立方体OADB−CEFGの各頂点の座標を次のようにおく。

O(0, 0, 0), A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1),

D(1, 1, 0), E(1, 0, 1), F(1, 1, 1), G(0, 1, 1)

$\vec{a}=(1,\ 0,\ 0)$, $\vec{b}=(0,\ 1,\ 0)$, $\vec{c}=(0,\ 0,\ 1)$ である。



(1)　$\overrightarrow{OL}=\overrightarrow{OD}+k\overrightarrow{DF}=(1,\ 1,\ 0)+k(0,\ 0,\ 1)=(1,\ 1,\ k)$

点Mは直線OL上にあるから，実数 t を用いて次のように表せる。

$$\overrightarrow{OM}=t\overrightarrow{OL}=t(1,\ 1,\ k)=(t,\ t,\ tk)$$

Mが面CEFGにあるから　$tk=1$　　$\therefore\ t=\dfrac{1}{k}$

よって　$\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{k}\overrightarrow{OL}=\left(\dfrac{1}{k},\ \dfrac{1}{k},\ 1\right)=$ ア $\dfrac{1}{k}\vec{a}+\dfrac{1}{k}\vec{b}+\vec{c}$

また，　$|\overrightarrow{OM}|=\sqrt{\dfrac{1}{k^2}+\dfrac{1}{k^2}+1}=$ イ $\dfrac{\sqrt{k^2+2}}{k}$

(2)　$|\overrightarrow{OA}|=1$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}=(1,\ 0,\ 0)\cdot\left(\dfrac{1}{k},\ \dfrac{1}{k},\ 1\right)=\dfrac{1}{k}$ であるから，

$$\cos\angle AOM=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}}{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OM}|}=\frac{\frac{1}{k}}{1\cdot\frac{\sqrt{k^2+2}}{k}}=\text{ウ}\ \frac{1}{\sqrt{k^2+2}}$$

また，△OAM の面積は

$$\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2|\overrightarrow{OM}|^2-(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{1\cdot\frac{k^2+2}{k^2}-\frac{1}{k^2}}=\frac{\sqrt{k^2+1}}{2k}$$

次に，四面体 OAMC の体積を求める.

△OAC は xz 平面上の三角形であり，その面積は　$\frac{1}{2}\cdot1\cdot1=\frac{1}{2}$

また，点 M から△OAC へ下した垂線の長さは，$\overrightarrow{OM}$ の y 成分に注目すると $\frac{1}{k}$ であるから，

四面体 OAMC の体積は　$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{k}=$ カ $\boldsymbol{\frac{1}{6k}}$

一方，四面体 OAMC の底面を △OAM，高さを CH とみなすと，

$$\frac{1}{6k}=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{OAM}\cdot\mathrm{CH}=\frac{\sqrt{k^2+1}}{6k}\cdot\mathrm{CH}$$

$$\therefore\quad \mathrm{CH}=\text{オ}\ \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}}$$

(3)　点 N が線分 OF 上にあるとき，実数 m を用いて

$$\overrightarrow{ON}=m\overrightarrow{OF}=m(1,\ 1,\ 1)=(m,\ m,\ m)$$

と表せるから

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=\left(m-\frac{1}{k},\ m-\frac{1}{k},\ m-1\right)$$

$\overrightarrow{ON}\perp\overrightarrow{MN}$ のとき，$\overrightarrow{ON}/\!/\overrightarrow{OF}$ であるから　$\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{MN}=0$

よって　$(1,\ 1,\ 1)\cdot\left(m-\frac{1}{k},\ m-\frac{1}{k},\ m-1\right)=0$

$$3m-\frac{2}{k}-1=0\qquad\therefore\quad m=\frac{k+2}{3k}$$

したがって　$\overrightarrow{ON}=\frac{k+2}{3k}(1,\ 1,\ 1)=$ キ $\boldsymbol{\frac{k+2}{3k}}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

線分 OF と平面 ABC の交点を Q とおくと，Q は△ABC の重心であるから　$\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{3}(1,\ 1,\ 1)$

よって　$\overrightarrow{QN}=\left(\frac{k+2}{3k}-\frac{1}{3}\right)(1,\ 1,\ 1)=\frac{2}{3k}(1,\ 1,\ 1)$

$$\therefore\quad |\overrightarrow{QN}|=\frac{2\sqrt{3}}{3k}$$

△ABC は，一辺の長さが $\sqrt{2}$ である正三角形であるから，その面積は　$\frac{1}{2}\cdot(\sqrt{2})^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

よって，四面体 ABCN の体積は

$$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{3k}=\text{ク}\ \boldsymbol{\frac{1}{3k}}$$

別解 (3) の $\boxed{\text{ク}}$ は，次のように体積を求めてもよい。

（別解１）

四面体 ABCN の体積を W とおくと，

$$W=(\text{六面体 OABCN の体積})-(\text{四面体 OABC の体積})$$
$$=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{ABC}\cdot\mathrm{ON}-\frac{1}{6}$$
$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}(k+2)}{3k}-\frac{1}{6}$$
$$=\frac{k+2}{6k}-\frac{1}{6}={}^{\text{ク}}\boldsymbol{\frac{1}{3k}}$$

（別解２）

四面体 OABC の体積を V とすると　$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\times1=\frac{1}{6}$

線分 OF と平面 ABC の交点を Q とすると，Q は△ABC の重心であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$$

$\frac{|\overrightarrow{\mathrm{ON}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{OF}}|}=\frac{k+2}{3k}$，$\frac{|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{OF}}|}=\frac{1}{3}$ であるから　$\frac{|\overrightarrow{\mathrm{ON}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|}=\frac{k+2}{k}$

したがって，$|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|:|\overrightarrow{\mathrm{NQ}}|=k:2$ であるから，四面体 ABCN の体積を W とおくと，

$$W=\frac{2}{k}V=\frac{2}{k}\cdot\frac{1}{6}={}^{\text{ク}}\boldsymbol{\frac{1}{3k}}$$

3

$a_1=a$，$a_{n+1}=4|a_n-1|$ ……① とする。

(1)　$a=\dfrac{41}{32}$ のとき，①から，

$$a_2=4\left|\frac{41}{32}-1\right|=\frac{9}{8}\ ,\quad a_3=4\left|\frac{9}{8}-1\right|=\frac{1}{2}\ ,\quad a_4=4\left|\frac{1}{2}-1\right|={}^{ア}\mathbf{2}$$

(2)　$a=\dfrac{47}{64}$ のとき，①から，

$$a_2=4\left|\frac{47}{64}-1\right|=\frac{17}{16}\ ,\quad a_3=4\left|\frac{17}{16}-1\right|=\frac{1}{4}\ ,\quad a_4=4\left|\frac{1}{4}-1\right|={}^{イ}\mathbf{3}$$

(3)　すべての自然数 n に対して $a_n=a$ が成り立つとき，①から，

$$a=4|a-1|\quad ……②$$

$a\geqq 1$ のとき，②は $a=4(a-1)$ より $a=\dfrac{4}{3}$

$a<1$ のとき，②は $a=4(1-a)$ より $a=\dfrac{4}{5}$

よって，$a={}^{ウ}\dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}$，${}^{エ}\dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$

(4)　$a>\dfrac{4}{3}$ のとき，①から　$a_2=4|a-1|>4\cdot\dfrac{1}{3}$　ゆえに　$a_2>\dfrac{4}{3}$

帰納的に，すべての自然数 n に対して $a_n>\dfrac{4}{3}$ となるので，①から

$$a_{n+1}=4(a_n-1)$$

変形して

$$a_{n+1}-\frac{4}{3}=4\left(a_n-\frac{4}{3}\right)$$

$$a_n-\frac{4}{3}=\left(a-\frac{4}{3}\right)\cdot 4^{n-1}$$

$$\therefore\ a_n={}^{オ}\left(\boldsymbol{a}-\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\right)\cdot\mathbf{4}^{\boldsymbol{n}-\mathbf{1}}+\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$$

(5)　$a_2=\dfrac{4}{5}$ とすると，①から 2 以上のすべての自然数 n に対して $a_n=\dfrac{4}{5}$

また，①から

$$\frac{4}{5}=4|a-1|$$

$$\pm\frac{4}{5}=4(a-1)\qquad \therefore\ a=\frac{6}{5}\ ,\ \frac{4}{5}$$

$a\neq\dfrac{4}{5}$ より　$a={}^{カ}\dfrac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}$

(6)　$a_3=\frac{4}{5}$ とすると，① から 3 以上のすべての自然数 n に対して $a_n=\frac{4}{5}$

このとき (5) から，$a_2=\frac{6}{5}$ $\left(\because a_2 \neq \frac{4}{5}\right)$

ゆえに，① から，

$$\frac{6}{5}=4|a-1|$$

$$\pm\frac{6}{5}=4(a-1)$$

したがって　$a=$ キ $\frac{7}{10}$，ク $\frac{13}{10}$