解答速報　物理

医学部受験専門予備校　慧修会

2024年度　順天堂大学

【　講　評　】

昨年と比べると易化した。誘導にうまく乗れれば解きやすかったであろう。7割程度を確保したい。

$\boxed{\text{I}}$の第1問は小問集合。いずれも典型問題なので完答したい。

第2問はベータトロンの問題。誘導に乗れれば解き切りたい。

第3問は熱サイクルの問題。問6以外は解き切りたい。

$\boxed{\text{II}}$は非慣性系の単振り子の問題。問5（a）までは得点したい。

【　解　答　】

$\boxed{\text{I}}$

第1問

問1（a）⑤　（b）⑥　　問2（a）⑥　（b）③　　問3　①　問4　⑧　問5　②

第2問

問1　⑥　問2（a）⑥　（b）⑤　　問3（a）②　（b）③

第3問

問1　⑧　問2　⑨　問3　②　問4　①　問5　④　問6　⑦

$\boxed{\text{II}}$

問1　小球：$ma=-T\sin\theta$　車：$MA=T\sin\theta$

問2　$V=-\frac{m}{M}v$

問3　$v=\sqrt{\frac{2MgL(1-\cos\theta_0)}{M+m}}$

問4　$F_x=-T\sin\theta-mA, F_y=T\cos\theta-mg$

問5

（a）$k=\frac{(M+m)m}{ML}g$

（b）$V=\theta_0\sqrt{\frac{gL}{2}}\sin\sqrt{\frac{2g}{L}}t$

【 解 説 】

I

第１問

問１

(a) 浮力は PB 部分の重心に鉛直方向に働くため、⑤である。

(b) 棒の端 A がうける垂直抗力の大きさを N とすると、点 B のまわりのモーメントのつり合いより

$$N \times L\sin 60^\circ + \rho_0 Sag \times \frac{a}{2}\cos 60^\circ - \rho SLg \times \frac{L}{2}\cos 60^\circ = 0$$

が成り立つ。したがって

$$N = \frac{\sqrt{3}}{6}SLg\left(\rho - \frac{a^2}{L^2}\rho_0\right)(⑥)$$

である。

問２

(a) 原点 O における電場ベクトルは

$$\frac{kq}{a^2}\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix} + \frac{kq}{a^2}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix} + \frac{2kq}{a^2}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \frac{kq}{a^2}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$$

であるから、電場の強さは

$$\frac{kq}{a^2}\times\sqrt{3}\,(⑥)$$

である。

(b) 点 $(0, y)$ における電位は

$$V(y) = \frac{kq}{\sqrt{a^2+y^2}} + \frac{2kq}{\sqrt{a^2+y^2}} - \frac{kq}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a - y\right)^2}} = \frac{3kq}{\sqrt{a^2+y^2}} - \frac{kq}{\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a - y\right)^2}}\ (③)$$

である。

問３

音源の振動数を f_0 とすると

$$f_1 = \frac{V}{V-u}f_0 = \frac{1}{1-\frac{u}{V}}f_0$$

$$f_2 = \frac{V-u}{V}f_0 = \left(1-\frac{u}{V}\right)f_0$$

であるから辺々割って

$$\frac{f_2}{f_1} = \left(1-\frac{u}{V}\right)^2$$

となる。したがって、

$$1-\frac{u}{V} = \frac{\sqrt{f_2}}{\sqrt{f_1}}$$

であるから、

$$\frac{u}{V} = 1 - \frac{\sqrt{f_2}}{\sqrt{f_1}} = \frac{\sqrt{f_1} - \sqrt{f_2}}{\sqrt{f_1}} (①)$$

となる。

問 4

強め合う条件は経路差を考えて

$$d \sin\theta - d \sin\varphi = m\lambda$$

より

$$\sin\theta - \sin\varphi = \frac{m\lambda}{d}\ (⑧)$$

である。

問 5

失われたエネルギーは

$$\Delta m = \{2 \times 2.0136 - (3.0150 + 1.0087)\} \times 1.7 \times 10^{-27} = 5.95 \times 10^{-30}\ [\mathrm{kg}]$$

である。したがって、発生したエネルギーは

$$E = \frac{\Delta mc^2}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^6} = 3.34 \fallingdotseq 3.3\ \mathrm{MeV} (②)$$

である。

第２問

問１

円運動の運動方程式 $m\frac{v_0^2}{R}=qv_0B_0$ より

$$v_0=\frac{qRB_0}{m}(⑥)$$

である。

問２

(a) コイル内の磁束は

$$\Phi=\pi r^2B_1+\pi(R^2-r^2)B_2=\pi r^2(B_0+b_1t)+\pi(R^2-r^2)(B_0+b_2t)$$

であるから、誘導起電力の大きさは

$$V=\left|-\frac{d\Phi}{dt}\right|=\pi r^2b_1+\pi(R^2-r^2)b_2\ (⑥)$$

である。

(b)　$E\cdot 2\pi R=V$ より $E=\frac{V}{2\pi R}$ である。したがって

$$F=qE=\frac{qV}{2\pi R}\ (⑤)$$

である。

問３

(a) 運動方程式より

$$\Delta v=\frac{F}{m}\Delta t=\frac{TF}{m}\ (②)$$

である。

(b) 円軌道の向心方向の運動方程式より

$$m\frac{\left(v+\frac{TF}{m}\right)^2}{R}=q\left(v+\frac{TF}{m}\right)(B_0+b_2T)$$

が成り立つ。したがって、

$$mv+TF=qRB_0+qRb_2T$$

となる。ここで、問１より $mv=qRB_0$ より

$$F=qRb_2$$

である。問２より

$$\frac{q}{2\pi R}(\pi r^2b_1+\pi(R^2-r^2)b_2)=qRb_2$$

が成り立つ。したがって

$$\frac{b_1}{b_2}=\frac{R^2+r^2}{r^2}=\frac{R^2}{r^2}+1\,(③)$$

となる。

第3問

問1

A、Bにおける状態方程式はそれぞれ

$$a^2 p_0 V_0 = RT_A$$
$$b p_0 V_0 = RT_B$$

であるから、内部エネルギー変化は

$$\Delta U = C_V \Delta T = C_V(T_B - T_A) = p_0 V_0 \times (b - a^2)\frac{C_V}{R} \ (⑧)$$

である。

問2

状態Cにおける状態方程式は

$$p_0 V_0 = RT_C$$

であるから、B→Cの過程における内部エネルギー変化、気体が外部にした仕事はそれぞれ

$$\Delta U = C_V \Delta T = p_0 V_0 \times (1 - b)\frac{C_V}{R}$$
$$W = p_0 \Delta V = (1 - b) p_0 V_0$$

である。したがって、この過程で気体が吸収した熱量は熱力学第一法則より

$$Q = W + \Delta U = p_0 V_0 \times (1 - b)\left(1 + \frac{C_V}{R}\right) \ (⑨)$$

である。

問3

C→Aの過程で気体が外部にした仕事は線分CAの下部の台形の面積なので

$$W = \frac{p_0 + a p_0}{2}(aV_0 - V_0) = p_0 V_0 \times \frac{a^2 - 1}{2} \ (②)$$

である。

問4

C→Aの過程では

$$\Delta T = (a^2 - 1)\frac{p_0 V_0}{R}$$

であるから、問3よりM→M'の過程で気体が外部にする仕事は

$$W = \frac{R}{2}\Delta T$$

と表せる。したがって、熱力学第一法則より

$$Q = C_V \Delta T + \frac{R}{2}\Delta T = \left(C_V + \frac{R}{2}\right)\Delta T$$

であるから、気体のモル比熱は

$$\frac{Q}{\Delta T} = C_V + \frac{R}{2}\ (①)$$

である。

問 5

1 サイクルで気体が吸収する熱量は C→A の過程の

$$\left(C_V + \frac{R}{2}\right)(a^2 - 1)\frac{p_0V_0}{R}$$

であり、放出する熱量は B→C の過程の

$$(b - 1)\left(1 + \frac{C_V}{R}\right)p_0V_0$$

である。したがって熱効率は

$$e = 1 - \frac{(b-1)\left(1 + \frac{C_V}{R}\right)p_0V_0}{\left(C_V + \frac{R}{2}\right)(a^2-1)\frac{p_0V_0}{R}} = 1 + \frac{(1-b)\left(1 + \frac{C_V}{R}\right) \times R}{\left(C_V + \frac{R}{2}\right)(a^2-1)}\ (④)$$

問 6

A→B の過程において気体が外部にした仕事は台形の面積

$$\frac{1}{2}(ap_0 + p_0)(bV_0 - aV_0) = p_0V_0 \times \frac{1}{2}(a+1)(b-a)$$

で近似できる。このとき熱力学第一法則は

$$0 = \Delta U + W = p_0V_0 \times \left((b - a^2)\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2}(a+1)(b-a)\right)$$

と表せるため、$a = 1 + \Delta a, b = 1 + \Delta b$ を代入して

$$\left((1+\Delta b) - (1+\Delta a)^2\right)\frac{C_V}{R} + \frac{1}{2}\left(1 + (1+\Delta a)\right)\left((1+\Delta b) - (1+\Delta a)\right)$$

これを整理すると

$$\frac{C_V + R}{R}\Delta b = \frac{2C_V + R}{R}\Delta a$$

を得るので、

$$\Delta b = \frac{2C_V + R}{C_V + R} \times \Delta a\ (⑤)$$

となる。

$\boxed{\text{II}}$

問 1

小球と台の水平方向の運動方程式はそれぞれ

$$\boldsymbol{ma = -T\sin\theta}$$
$$\boldsymbol{MA = T\sin\theta}$$

である。

問 2

水平方向の運動量保存則より

$$MV + mv = 0$$

が成り立つ。したがって、

$$V = -\boldsymbol{\frac{m}{M}v}$$

である。

問 3

エネルギー保存則より

$$mgL(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

が成り立つ。問 2 より

$$v = \boldsymbol{\sqrt{\frac{2MgL(1-\cos\theta_0)}{M+m}}}$$

である。

問 4

$$F_x = \boldsymbol{-T\sin\theta - mA}$$
$$F_y = \boldsymbol{T\cos\theta - mg}$$

問 5

(a) $F_y = 0$ より

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} \fallingdotseq mg$$

である。また、問 1 より

$$A = \frac{T}{M}\sin\theta \fallingdotseq \frac{mg}{M}\theta$$

である。また、$x = L\sin\theta \fallingdotseq L\theta$ であるから、

$$F_x = -T\sin\theta - m\frac{mg}{M}\theta \fallingdotseq -\frac{(M+m)mg}{M}\theta = -\frac{(M+m)mg}{ML}x$$

となる。したがって、

$$k = \frac{(\boldsymbol{M}+\boldsymbol{m})\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{ML}}\boldsymbol{g}$$

である。

(b) $M = m$ のとき、小球の運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{2mg}{L}x$$

である。$t = 0$ において $x = L\sin\theta_0 \fallingdotseq L\theta_0$ であるから

$$x = L\theta_0\cos\sqrt{\frac{2g}{L}}t$$

である。したがって、

$$A = \frac{mg}{ML}x = g\theta_0\cos\sqrt{\frac{2g}{L}}t$$

であるから、

$$V = g\theta_0\sqrt{\frac{L}{2g}}\sin\sqrt{\frac{2g}{L}}t = \boldsymbol{\theta_0\sqrt{\frac{gL}{2}}\sin\sqrt{\frac{2g}{L}}t}$$

である。