解答速報　物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2024年度　東京医科大学

【　講　評　】

典型問題が多いが、計算量がやや多いものもあり、時間との勝負になったであろう。

第1問　斜面とその上の物体の二体問題。典型的だが、やや計算量が多い。

第2問　弦の振動と振り子の問題。やや見慣れない設定だが、考察自体は難しくない。

第3問　磁場中のコイルの問題。典型的であり、後半は考察さえできれば計算が不要であるため、解ききりたい。

第4問　コンデンサーと誘電体の問題。非常に典型的である。

第5問　半減期の問題。これも典型的かつ容易ゆえ、完答したい。

第6問　断熱変化の問題。ポアソンの法則の取り扱いに慣れていれば難なく解ける。

【　解　答　】

第1問

$\boxed{1}$ 3　$\boxed{2}$ 5　$\boxed{3}$ 10　$\boxed{4}$ 4　$\boxed{5}$ 8　$\boxed{6}$ 9

第2問

$\boxed{7}$ 5　$\boxed{8}$ 8　$\boxed{9}$ 3

第3問

$\boxed{10}$ 7　$\boxed{11}$ 11　$\boxed{12}$ 7　$\boxed{13}$ 10　$\boxed{14}$ 15　$\boxed{15}$ 10

第4問

$\boxed{16}$ 1　$\boxed{17}$ 3　$\boxed{18}$ 13　$\boxed{19}$ 12　$\boxed{20}$ 6　$\boxed{21}$ 6

第5問

$\boxed{22}$ 3　$\boxed{23}$ 9

第6問

$\boxed{24}$ 11　$\boxed{25}$ 11　$\boxed{26}$ 7　$\boxed{27}$ 1

【 解 説 】

第１問

問1 台 W について x, y 方向それぞれの運動方程式を立てると、

$$\begin{cases} MA = R\sin\theta \\ \quad 0 = R\cos\theta + Mg - N \end{cases}$$

また、台と共に動く非慣性系において、斜面垂直方向の運動方程式を立てると、

$$0 = R - mg\cos\theta + mA\sin\theta$$

これらを解いて、

$$R = \frac{Mmg\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}\ [\mathrm{N}],\quad N = \frac{M(M+m)g}{M + m\sin^2\theta}\ [\mathrm{N}],\quad A = \frac{mg\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}\ \ [\mathrm{m/s^2}]$$

問2 問１の通り。

問3 台と共に動く非慣性系において、斜面下方向の運動方程式を立てると、その相対加速度 a' として、

$$ma' = mg\sin\theta + mA\cos\theta$$

また、台の加速度と小物体の相対加速度のなす角は $\pi - \theta$ であるので、求める加速度は、

$$a = \sqrt{a'^2 + 2a'A\cos(\pi - \theta) + A^2} = \sqrt{(A^2 + g^2)\sin^2\theta} = \frac{\sqrt{M^2 + m(2M+m)\sin^2\theta}}{M + m\sin^2\theta} \times g\sin\theta\ \ [\mathrm{m/s^2}]$$

問4 運動量保存より、小物体と台の x 方向の変位は $M{:}\,m$ の比率となるので、

$$L = \frac{m}{M+m} \times \frac{h}{\tan\theta} = \frac{mh\cos\theta}{(M+m)\sin\theta}\ [\mathrm{m}]$$

よって、台 W は等加速度運動をするから、小物体が斜面を滑り終えたときの速度は、

$$V = \sqrt{2LA} = \sqrt{\frac{2m^2gh\cos^2\theta}{(M+m)(M+m\sin^2\theta)}}\ \ [\mathrm{m/s^2}]$$

問5 問４の通り。

第 2 問

問1 張力は mg であり、波長は $\lambda = 2L$ であるから、求める振動数は、

$$f_0 = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{mg}{\rho}} \quad [\mathrm{Hz}]$$

問2 角度 θ のときの速さ v とすると、エネルギー保存より、

$$\frac{mv^2}{2} - mgR\cos\theta = -mgR\cos\theta_0$$

張力が重力と遠心力の合力 $mg\cos\theta + mv^2/R$ となることを考えると、求める振動数は、

$$f = f_0\sqrt{\frac{mg\cos\theta + mv^2/R}{mg}} = f_0\sqrt{3\cos\theta - 2\cos\theta_0} \quad [\mathrm{Hz}]$$

問3 最大の振動数と最小の振動数の比は、$\theta = 0, \theta_0$ の比をとって、$\sqrt{3-2\cos\theta_0}/\sqrt{\cos\theta_0}$ 倍となる。これが 1.1 に等しいことから、 $\cos\theta_0 = 0.935$ を得、三角関数表より $\theta_0 \fallingdotseq 21°$ を得る。

第 3 問

z 軸を紙面裏から表に向かう方向にとり、磁束密度の正の向きを z 軸正方向にとる。

問1 コイルを貫く磁束は、$0 < t < t_1$ では減少、$t_1 < t < t_2$ では一定、$t_2 < t < t_3$ では増加、$t_3 < t$ では一定なので、磁束が減少しているときは正方向、増加しているときは負方向に電流を生み出す起電力が生じることから、グラフを得る。

問2 電流が流れているとき、磁場および速度に垂直な電流が流れている辺は長さ L_1 の一辺のみであることから、磁束の単位時間当たりの変化が vBL_1 であることより、求める力は

$$\frac{vBL_1}{R} \times BL_1 = \frac{B^2L_1^2v}{R}$$

問3 問 2 の力を加える必要があるのは $0 < t < t_1$ および $t_2 < t < t_3$ であり、その移動距離の合計は $2L_2$ であること、および外力と移動方向が平行であることより、求める仕事は

$$\frac{B^2L_1^2v}{R} \times 2L_2 = \frac{2L_1^2L_2vB^2}{R}$$

問4 起電力が $-E - vBL_1$ となることから、電力は、

$$\frac{(BvL_1 + E)^2}{R}$$

問5 誘導起電力が発生した瞬間はそれによる電流が(問 1 と同様に)生じ、コンデンサーの起電力によって速やかに減衰する。また、誘導起電力が消失すると、コンデンサーの起電力により誘導起電力によるものと逆向きに電流が発生し、それが速やかに減衰する。この事実より、電流のグラフを得る。

コイルに加える外力は、コイル全体が磁場中もしくは磁場外のときは、左右の力が打ち消し合うことにより 0 である。コイルの一部が磁場中の場合は、正方向に電流に比例する。この事実より、外力のグラフを得る。

第 4 問

問1　電気容量は、真空部分の電気容量と誘電体部分の電気容量の和で表せるので、

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot a^2/3}{d} + \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot 2a^2/3}{d} = 5\varepsilon_0$$

問2　電気容量が、誘電体の移動により $7\varepsilon_0 \to 5\varepsilon_0$ と変化したので、電気量一定の下では電圧は $7/5\ = 1.4$ 倍となり、求める電圧は $V_0 = 1.4V$ となる。

問3　エネルギーは、

$$U_0 = \frac{1}{2} \cdot 5\varepsilon_0 \cdot (1.4V)^2 = 4.9\varepsilon_0 V^2$$

問4　電気容量の変化は、

$$\Delta C = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \frac{a}{d} \cdot \Delta x = 60\ \Delta x\ \varepsilon_0$$

である。よって、電荷の増加量は、この V 倍である。

問5　エネルギーの変化量は、

$$\frac{1}{2}\Delta C \cdot V^2 = 30\ \Delta x\ \varepsilon_0 V^2$$

問6　前問の結果が $F\Delta x$ に一致することより、

$$F = 30\ \varepsilon_0 V^2$$

第 5 問

問1 質量比について、$238N_{\mathrm{U}}:206N_{\mathrm{Pb}}=97:42$ が成立することから、$N_{\mathrm{U}}/N_{\mathrm{Pb}}\fallingdotseq 0.50$ を得る。

問2 問 1 より、ウランは 2/3 倍になっているので、求める年数は

$$44.4\times\frac{\log_{10}2/3}{\log_{10}1/2}\fallingdotseq 26\ [\text{億年}]$$

第 6 問

問1 ポアソンの法則より、理想気体の断熱変化においては $pV^{\gamma},\ TV^{\gamma-1}$ がそれぞれ一定である。

問2 B の体積は $3V-V_A$ である。最初の状態での容器 A の気体の圧力 p_0 とすると、最初の状態での容器 B の気体の圧力は $p_0/2$ である。ポアソンの法則より、気体の圧力は体積の γ 乗に反比例するので、A と B の圧力が一致することから、

$$\frac{p_0V^{\gamma}}{V_{\mathrm{A}}^{\gamma}}=\frac{(p_0/2)\cdot(2V)^{\gamma}}{(3V-V_{\mathrm{A}})^{\gamma}}\quad\Rightarrow\quad V_{\mathrm{A}}=\frac{3V}{1+2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

問3

$$V_{\mathrm{B}}=3V-V_{\mathrm{A}}=\frac{3V}{1+2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

問4 ポアソンの法則より、

$$T_{\mathrm{A}}=T\cdot\frac{V^{\gamma-1}}{V_{\mathrm{A}}^{\gamma-1}}=\left(\frac{1+2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{3}\right)^{\gamma-1}T$$

$$T_{\mathrm{B}}=T\cdot\frac{(2V)^{\gamma-1}}{V_{\mathrm{B}}^{\gamma-1}}=\left(\frac{2+2^{\frac{1}{\gamma}}}{3}\right)^{\gamma-1}T$$