解答速報　物理

医学部受験専門予備校 慧修会

2024年度　東京慈恵会医科大学

【　講　評　】

計算量は少ない。誘導が丁寧であるので，誘導通りに進められれば考察は容易である。７割以上は得点したい。

1 中心力と角運動量の問題。面積速度一定の導出で誰もが触れたことのあるテーマであり、前半は容易。後半も、誘導に乗って簡単な計算をするだけで、難しくない。

2 相対的な観測者と電磁場の問題。最近の難関大では問われる内容である。類似の問題を経験したことがあれば解きやすかったであろう。Ⅳの考察がやや難しいが、それ以外は正答したい。

【　解　答　】

1

問１　解説参照

問２　解説参照

問３　$mR^2\omega$

問４　$\dfrac{J^2}{2mR^2}$

問５　ア　$\frac{\hbar\omega}{2\pi}$　　イ　ω　　ウ　$\frac{\hbar}{2\pi}$

2

Ⅰ　解説参照

Ⅱ 問１　$F_x = qv_yB$　　$F_y = qE - qv_xB$

問２　$\frac{E}{B}$

問３　$-\frac{qB}{m}$

問４　$x = Vt - \frac{V}{\omega}\sin\omega t$　　$y = -\frac{V}{\omega} + \frac{V}{\omega}\cos\omega t$　　$v_x = V - V\cos\omega t$　　$v_y = -V\sin\omega t$

Ⅲ　解説参照

Ⅳ　解説参照

【　解　説　】

$\boxed{1}$

問1. 与式を計算すると、

$$
\begin{aligned}
J &= m\left(xv_y - yv_x\right) \\
&= m\left((r\cos\alpha)\cdot(v\sin\beta) - (r\cos\alpha)\cdot(v\sin\beta)\right) \\
&= mrv\sin(\beta-\alpha)
\end{aligned}
$$

ここで、面積速度を S とすると

$$S = \frac{1}{2} rv\sin(\beta-\alpha)$$

と表せるので，

$$J = 2mS$$

となる。これにより，面積速度Sが一定であれば，角運動量Jも一定であることがわかり，ケプラーの第２法則は角運動量Jの保存を主張していると言える。

また，$\vec{r}$ と $\vec{v}$ の２辺が成す角が反時計回りを正として $\beta-\alpha$ であることに注意すれば、角運動量の正負が、小球の運動が反時計回りなら正、時計回りなら負となることに対応することもわかる。

問2. 微小時間 Δt の一次の変化のみを取り出すと、角運動量の微小変化は、

$$
\begin{aligned}
\Delta J &= m\left(v_y\Delta x + x\Delta v_y - v_x\Delta y - y\Delta v_x\right) \\
&= \left(xF_y - yF_x\right)\Delta t
\end{aligned}
$$

となるので、

$$\frac{\Delta J}{\Delta t} = \boldsymbol{xF_y - yF_x}$$

である。保存される条件は、

$$\frac{\Delta J}{\Delta t} = xF_y - yF_x = 0$$

$$xF_y = yF_x$$

となり，これは $\vec{r}$ と $\vec{F}$ が平行となることである。

問3. 円運動するとき、中心からの変位と速度は垂直である。さらに反時計回りであることから、$\beta-\alpha=\frac{\pi}{2}$ である。よって、$v=R\omega$ より、

$$J = \boldsymbol{mR^2\omega}$$

問4. 運動エネルギーは、

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mR^2\omega^2}{2} = \boldsymbol{\frac{J^2}{2mR^2}}$$

問5. (ア) 光子１つのエネルギーは

$$\hbar\nu = \frac{\boldsymbol{h}\boldsymbol{\omega}}{\mathbf{2\pi}}$$

である。

(イ) エネルギーの微小変化の一次を考えると、失うエネルギーは、

$$\Delta\left(\frac{J^2}{2mR^2}\right) = \frac{J}{mR^2}\Delta J = \Delta J \times \boldsymbol{\omega}$$

(ウ) (ア)と(イ)のエネルギーの大きさが一致するので、光子が持ち去る角運動量は

$$|\Delta J| = \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{2\pi}}$$

$\boxed{2}$

Ⅰ

問1. 運動する磁場中の電子は、速度に比例した大きさを持つローレンツ力を受ける。そのため、コイルを動かすと、コイル中の電子がローレンツ力を受ける。それにより電子が移動すると、コイル中の電荷分布は一様でなくなる。常に電荷分布が定常状態であると仮定すれば、コイル中の電子が受ける力はつり合わなくてはならないので、電荷分布による電場からの力とローレンツ力がつり合うことになる。この電場が起電力に他ならない。このとき、電場の大きさは導線の性質によらないので、起電力の大きさも導線の性質に依らない。

問2. ある閉曲面を貫く磁束が時間変化するとき、その曲面の周上では、その合計が磁束変化に比例するような誘導電場が生じる（ファラデーの法則）。永久磁石を動かすと、コイルを貫く磁束が変化する。よってこのとき、合計がコイルの巻き数と磁束変化に比例するような誘導電場が生じる。この合計が起電力に他ならず、その大きさは巻き数と磁束変化の大きさにのみ依存し、導線の性質に依らない。

Ⅱ

問1. 小球Aに働く力は、

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = (\boldsymbol{qv_yB}, \boldsymbol{qE - qv_xB})$$

問2. 観測者Sから見た小球の速度をv'で表すことにすると、$(v'_x, v'_y) = (v_x - V, v_y)$である。この速度を用いて力を表すと、

$$\vec{F} = (qv'_yB, qE - q(v'_x + V)B)$$

となる。Sからは一様磁場中の円運動が見えたことから、力のy成分が$-qv'_xB$ に一致するので、

$$V = \boldsymbol{\frac{E}{B}}$$

問3. Sからは一様磁場中の円運動が見えていることから、その角速度は、円運動の運動方程式より、

$$mR\omega^2 = -qR\omega B \Rightarrow \omega = -\boldsymbol{\frac{qB}{m}}$$

問4. Sから見ると、小球Aは初速$(-V, 0)$、初期変位$(0,0)$、角速度ωの円運動をするように見える。よって、

$$\overrightarrow{v'} = (-V\cos\omega t, -V\sin\omega t)$$

となるので、

$$\vec{v} = (\boldsymbol{V - V\cos\omega t}, \boldsymbol{-V\sin\omega t}), \qquad \vec{r} = \left(\boldsymbol{Vt - \frac{V}{\omega}\sin\omega t}, \boldsymbol{-\frac{V}{\omega} + \frac{V}{\omega}\cos\omega t}\right)$$

Ⅲ

電磁場はどの観測者から見るかによって変動する相対的なものであるという性質。

Ⅳ

あるコイルを考えたとき、そのコイルを辺縁とし、かつその辺縁以外を共有しない 2 つの曲面を考えることができる。コイルの起電力は、曲面を貫く磁束に一致する（ファラデーの法則）から、この二つの曲面を貫く磁束の大きさは一致する。ところで、この二つの曲面の和集合は閉曲面となる。2 つの曲面は任意に選ぶことができたので、任意の閉曲面を貫く磁束の合計は 0 となることがわかる。以上により、磁束の湧き出しは存在しない。すなわち、真空中に単独で置かれた物体のもつ総磁気量は 0 となることがわかる。